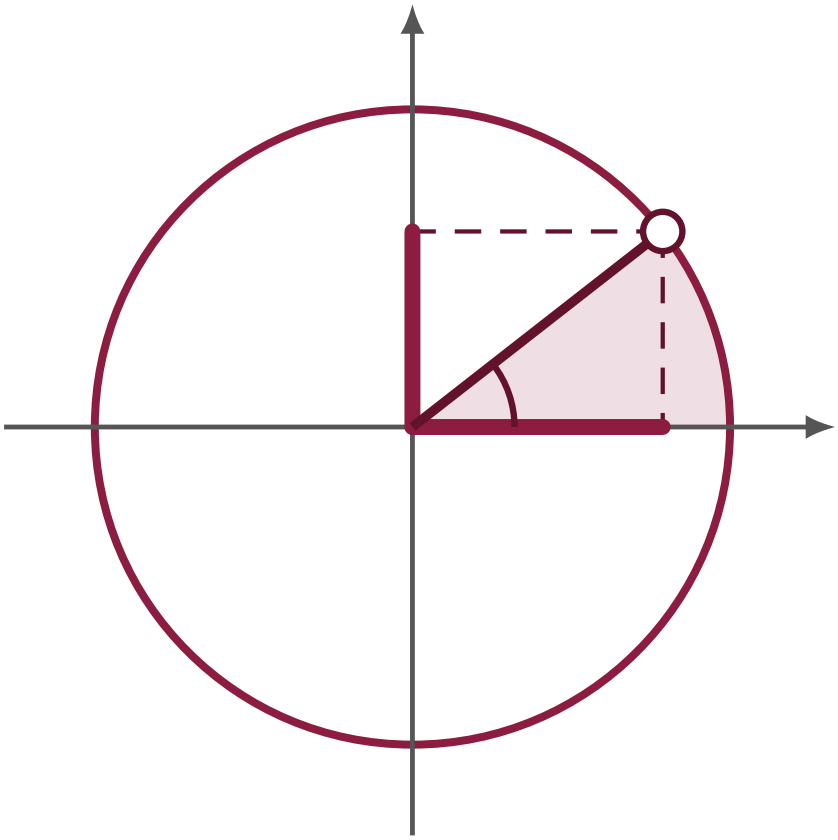
AYT MATEMATİK

TRİGONOMETRİ

SORU BANKASI

312 soru · adım adım çözümler

ÖRNEK SAYFALAR



ertansinansahin.com

Bu örnekte

Kitaptan seçilmiş test sayfaları ve bu sayfalardaki soruların çözümleri: **Yönlü Açılar ve Birim Çember — Test 1**, **Kosinüs ve Sinüs Teoremi — Test 1 (1. sayfası)**, **Grafikler ve Ters Fonksiyonlar — Test 1 (1. sayfası)**, **Toplam-Fark Formülleri — Test 4 (1. sayfası)**, **İki Kat Açı Formülleri — Test 5 (2. sayfası)**, **Trigonometrik Denklemler — Test 1 (2. sayfası)** ve **Karma Test 4 (1. sayfası)**. Kitapta her test iki sayfadır; cevap anahtarı testin ikinci sayfasının altında ters çevrilmiş durur. Her sorunun altındaki Çözüm → bağlantısı çözüme, çözümdeki ← Soru bağlantısı soruya götürür. Zorluk yalnız çözümlerde gösterilir: ★☆☆ kolay ★★☆ orta ★★★ zor.

Kitabın içindekileri

Sayfa numaraları tam kitaba aittir.

Yönlü Açılar ve Birim Çember ..... 6 test · 48 soru 5

İşaret ve Sıralama ..... 4 test · 32 soru 18

Kosinüs ve Sinüs Teoremi ..... 4 test · 32 soru 27

Grafikler ve Ters Fonksiyonlar ..... 2 test · 16 soru 36

Toplam-Fark Formülleri ..... 5 test · 40 soru 41

İki Kat Açı Formülleri ..... 5 test · 40 soru 52

Trigonometrik Denklemler ..... 5 test · 40 soru 63

Karma Testler ..... 8 test · 64 soru 74

Çözümler 91

1. Ölçüsü $47° 35' 26''$ olan pozitif yönlü bir açı veriliyor.

Buna göre bu açı ile bitiş kenarı aynı olan negatif yönlü açılardan ölçüsü en büyük olanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-313° 24' 34''$ B) $-312° 24' 34''$

C) $-132° 24' 34''$ D) $-47° 35' 26''$

E) $-47° 24' 34''$

Çözüm →

2. Bir duvar saatinin yelkovanı, saat 08.00'den 08.40'a kadar dönmektedir.

Buna göre yelkovanın bu sürede taradığı yönlü açının ölçüsü kaç radyandır?

A) $-\frac{5\pi}{3}$ B) $-\frac{8\pi}{5}$ C) $-\frac{3\pi}{2}$ D) $-\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

Çözüm →

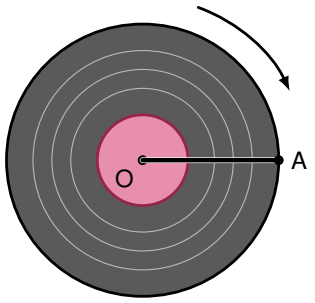
3. $\alpha = -1\,830°$

olduğuna göre, α açısının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 150 D) 210 E) 330

Çözüm →

4. Şekildeki pikap plağı, O merkezi etrafında ok yönünde dakikada $33\frac{1}{3}$ devir yapacak biçimde sabit hızla dönmektedir. Plağın kenarındaki A noktası, dönme başladıktan 12 saniye sonra B noktasına gelmektedir.



Buna göre başlangıç kenarı [OA ışını, bitiş kenarı [OB ışını olan yönlü açının esas ölçüsü kaç radyandır?

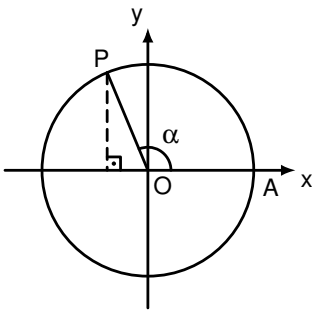
A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{9}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Şekildeki birim çember üzerinde bulunan P noktası II. bölgededir. $m(\widehat{AOP}) = \alpha$ ve P noktasının apsisi $-\frac{5}{13}$'tür.

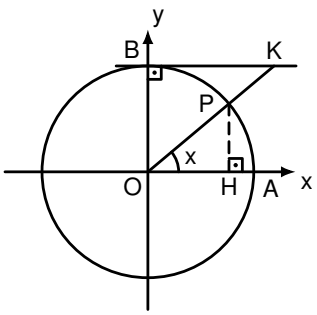


Buna göre $\tan\alpha + \sec\alpha$ toplamı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) 5

Çözüm →

6. Şekildeki birim çemberde P noktası I. bölgededir, $m(\widehat{AOP}) = x$ ve $[PH] \perp [OA]$'dır. [OP ışını, çemberin y ekseninin pozitif yarısını kestiği B noktasından geçen ve y eksenine dik olan doğruyu K noktasında kesmektedir.

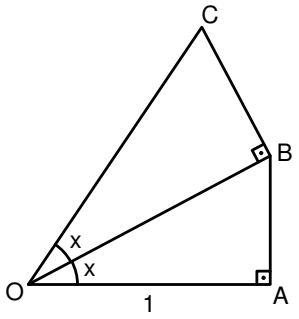


Buna göre $\frac{|BK|}{|OH|}$ oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cot x$ B) $\sec x$ C) $\operatorname{cosec} x$ D) $2\operatorname{cosec} x$ E) $\operatorname{cosec}^2 x$

Çözüm →

7. Şekilde OAB ve OBC dik üçgenleri verilmiştir. $[OA] \perp [AB]$, $[OB] \perp [BC]$, $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC}) = x$ ve $|OA| = 1$ birimdir.

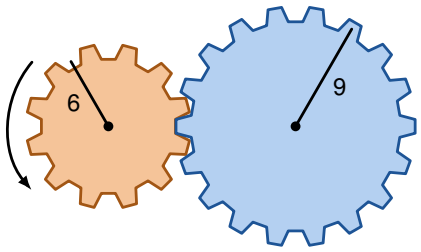


Buna göre $|BC|$ uzunluğunun x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x$ B) $\tan x \cdot \sec x$ C) $\tan x \cdot \sec^2 x$ D) $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$ E) $\sec^2 x$

Çözüm →

8. Şekilde dişleri birbirine geçmiş iki dişli çark gösterilmiştir. Küçük çarkın yarıçapı 6 cm, büyük çarkın yarıçapı 9 cm'dir. Küçük çark, ok yönünde (pozitif yönde) $\frac{7\pi}{2}$ radyanlık açı kadar dönmektedir.



Buna göre büyük çarkın bu sürede döndüğü yönlü açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) π

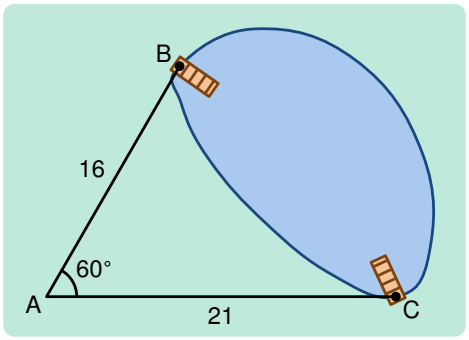
Çözüm →

ertansinansahin.com

1B 2D 3E 4C 5A 6C 7B 8D

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Bir göletin iki ucundaki B ve C iskeleleri arasındaki uzaklık, aradaki su yüzünden doğrudan ölçülemediği için A noktasından ölçüm yapılmıştır. A noktasının B iskelesine uzaklığı 16 m, C iskelesine uzaklığı 21 m ve $m(\widehat{BAC}) = 60°$ olarak ölçülmüştür.



Buna göre B ve C iskeleleri arasındaki uzaklık kaç metredir?

A) 17 B) 19 C) 20 D) $\sqrt{370}$ E) $\sqrt{1\,033}$

Çözüm →

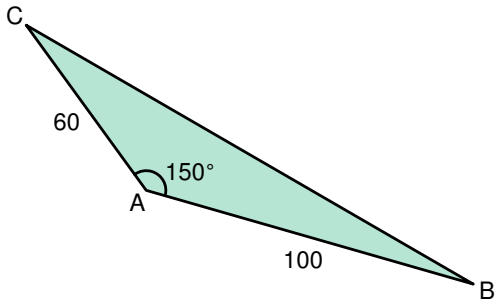
2. Kenar uzunlukları 4 birim, 5 birim ve 6 birim olan bir üçgen veriliyor.

Buna göre bu üçgenin en büyük açısının kosinüsü kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{3}{8}$

Çözüm →

3. Şekilde, üçgen biçimindeki ABC arazi parseli gösterilmiştir. Parselde |AB| = 100 m, |AC| = 60 m ve $m(\widehat{BAC}) = 150°$'dir.

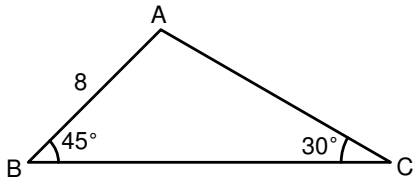


Buna göre bu parselin alanı kaç metrekaredir?

A) 900 B) 1 200 C) 1 500 D) 2 400 E) 3 000

Çözüm →

4. Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 45°$, $m(\widehat{ACB}) = 30°$ ve |AB| = 8 birimdir.



Buna göre |AC| kaç birimdir?

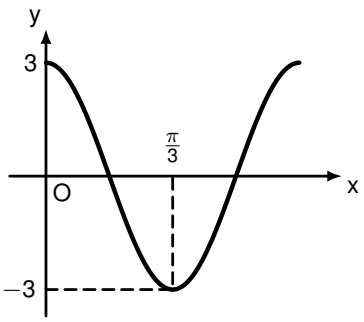
A) 12 B) 16 C) $6\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{2}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Şekilde $f(x) = a\cos(bx)$ fonksiyonunun grafiğinin bir parçası verilmiştir. a ve b pozitif gerçel sayılardır.



Buna göre a • b çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Çözüm →

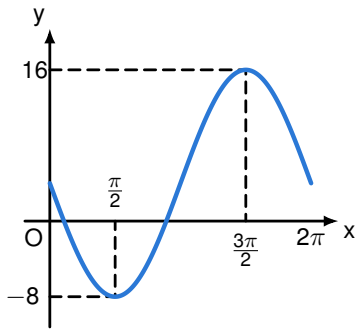
2. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arctan(1)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{12}$ D) $\frac{7\pi}{12}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

Çözüm →

3. Bir dikiş makinesinde iğne ucunun kumaştan yüksekliği (mm), kasnağın dönme açısı x (radyan) olmak üzere $f(x) = a\sin x + k$ ile modellenmiştir; negatif değerler iğne ucunun kumaşın altında olduğunu gösterir. f fonksiyonunun kasnağın bir tam turundaki grafiği şekilde verilmiştir.



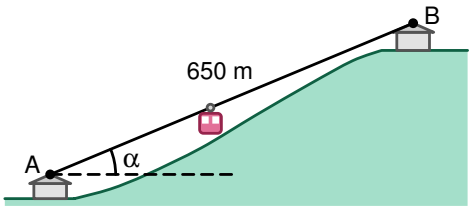
Buna göre $\frac{k}{a}$ oranı kaçtır?

A) -3 B) -1 C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

Çözüm →

4. Bir teleferiğin alt istasyonu A ile üst istasyonu B arasındaki düz halat şekilde gösterilmiştir. Halatın uzunluğu 650 metredir ve halat yatayla α ölçülü açı yapmaktadır.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{12}{13}\right)$$



olduğuna göre, B istasyonu A istasyonundan kaç metre yüksektedir?

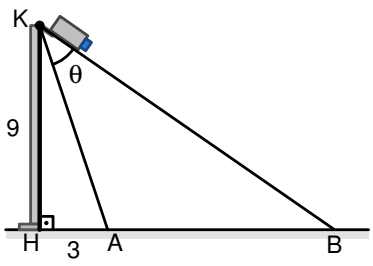
A) 250 B) 275 C) 300 D) 325 E) 600

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Bir otoparkta zemine dik duran bir direğin K ucuna güvenlik kamerası yerleştirilmiştir. Kamera, zemindeki A ve B noktaları arasını görmektedir. Direğin zemine değdiği H noktası ile A ve B noktaları doğrusaldır ve [KH] ⊥ [HB]'dir. |KH| = 9 metre, |HA| = 3 metre, $m(\widehat{AKB}) = \theta$ ve $\tan\theta = \frac{3}{4}$'tür.

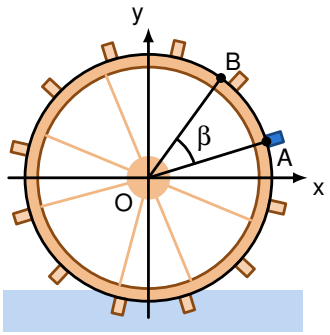


Buna göre |AB| kaç metredir?

A) $\frac{27}{4}$ B) $\frac{39}{4}$ C) 10 D) $\frac{21}{2}$ E) 13

Çözüm →

2. Bir su değirmeninin O merkezli çarkı dik koordinat düzleminde verilmiştir; birimler dm'dir. Çarkın kenarındaki bir kova A(13, 4) noktasındadır. Çark saat yönünün tersine β kadar dönerek kovayı çarkın kenarındaki B noktasına getirmiştir. $\tan\beta = \frac{3}{4}$'tür.



Buna göre kova B noktasındayken x ekseninin kaç dm yukarısındadır?

A) 8 B) 11 C) $\frac{57}{5}$ D) 12 E) $\frac{64}{5}$

Çözüm →

3. Bir ABC üçgeninde

$\tan A = 8$

$\tan B = 3\tan C$

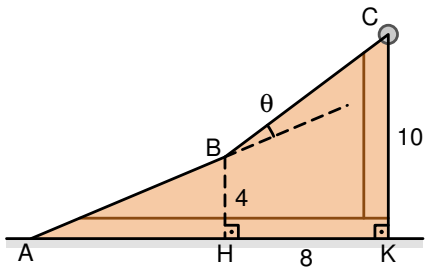
eşitlikleri veriliyor.

Buna göre cot B • cot C çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm →

4. Bir kaykay parkındaki rampanın yandan görünüşü şekilde verilmiştir. Rampanın AB ve BC yüzeyleri düzdür. A, H ve K noktaları yer üzerinde doğrusaldır; [BH] ⊥ [AK] ve [CK] ⊥ [AK]'dir. |HB| = 4 metre, |HK| = 8 metre, |KC| = 10 metredir. AB yüzeyinin uzantısı ile BC yüzeyi arasındaki açının ölçüsü θ ve $\tan\theta = \frac{1}{4}$'tür.



Buna göre |AH| kaç metredir?

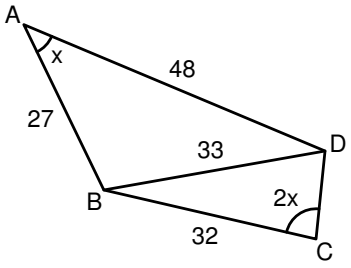
A) $\frac{21}{4}$ B) 8 C) 9 D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{21}{2}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Şekildeki ABCD dörtgeninde m($\widehat{BAD}$) = x, m($\widehat{BCD}$) = 2x ve [BD] köşegendir. |AB| = 27 birim, |AD| = 48 birim, |BD| = 33 birim ve |BC| = 32 birimdir.

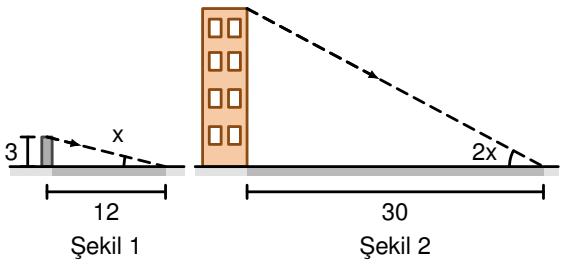


Buna göre |CD| kaç birimdir?

A) 5 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm →

6. Güneş ışınlarının yatay zeminle yaptığı açı x iken zemine dik duran 3 metre boyundaki bir direğin gölgesi 12 metredir (Şekil 1). Güneş ışınlarının zeminle yaptığı açı 2x olduğunda ise zemine dik duran bir binanın gölgesi 30 metredir (Şekil 2).

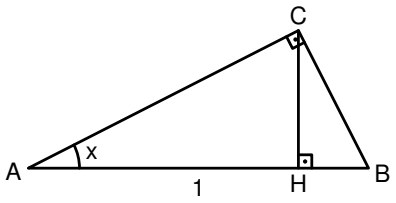


Buna göre binanın yüksekliği kaç metredir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm →

7. Şekildeki ABC üçgeninde [AC] ⊥ [BC] ve [CH] ⊥ [AB]'dir. |AB| = 1 birim, m($\widehat{BAC}$) = x ve $0 < x < \frac{\pi}{4}$'tür.

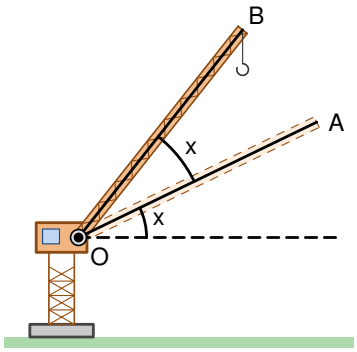


Buna göre ACH ve BCH üçgenlerinin alanları farkının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin(2x)}{8}$ B) $\frac{\sin(2x)}{4}$ C) $\frac{\sin(4x)}{16}$ D) $\frac{\sin(4x)}{8}$ E) $\frac{\sin(4x)}{4}$

Çözüm →

8. Bir vincin 25 metre uzunluğundaki kolu, kuleye bağlandığı O noktası etrafında dönebilmektedir. Kol, yatayla x açısı yaptığı OA konumundan yatayla 2x açısı yaptığı OB konumuna kaldırıldığında kolun ucunun kuleye olan yatay uzaklığı 7 metre azalmıştır.



Buna göre cos x değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{17}{20}$ C) $\frac{18}{25}$ D) $\frac{21}{25}$ E) $\frac{22}{25}$

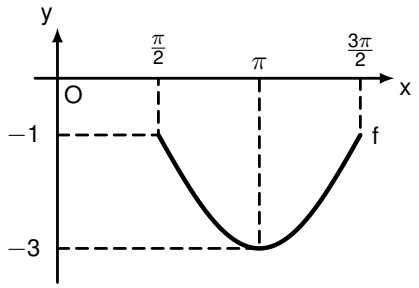
Çözüm →

ertansinansahin.com

1C 2D 3B 4A 5C 6E 7D 8A

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Gerçel sayılarda tanımlı $f(x) = a\cos x + b$ fonksiyonunun grafiğinin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığındaki parçası şekilde verilmiştir.

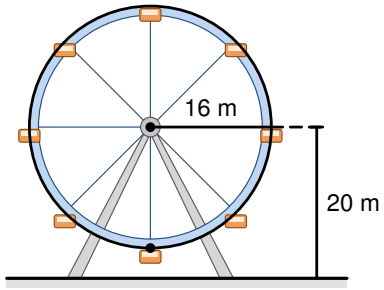


Buna göre $f(x) = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki en büyük kökü ile en küçük kökü arasındaki fark kaçtır?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{11\pi}{6}$ D) π E) 2π

Çözüm →

7. Şekildeki dönme dolabın merkezi yerden 20 m yükseklikte, yarıçapı 16 m'dir. Dönme dolap sabit hızla dönerek 30 dakikada bir tam tur atmaktadır. Bir yolcu $t = 0$ anında dönme dolabın en alt noktasından binmiştir.



Buna göre yolcu, bindikten sonraki ilk 36 dakikada kaç kez yerden 12 m yükseklikte bulunur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm →

ertansinansahin.com

6. **$0 < x < \pi$ olmak üzere**

$$\sin(2x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{7\pi}{9}$ B) $\frac{13\pi}{9}$ C) $\frac{5\pi}{3}$ D) $\frac{16\pi}{9}$ E) $\frac{17\pi}{9}$

Çözüm →

8. **$0 < x < 2\pi$ olmak üzere**

$$\tan x = \cot\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

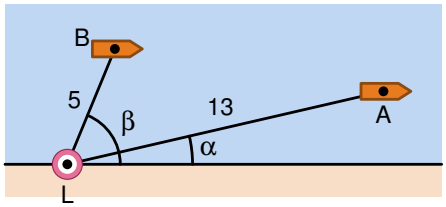
A) $\frac{3\pi}{5}$ B) $\frac{4\pi}{5}$ C) $\frac{6\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{5}$ E) $\frac{8\pi}{5}$

Çözüm →

1D 2C 3B 4E 5A 6B 7C 8E

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Düz bir kıyı çizgisi üzerindeki L deniz fenerinden denizdeki A ve B teknelerine olan uzaklıklar |LA| = 13 km ve |LB| = 5 km'dir. Şekilde fenerden teknelere çizilen [LA] ve [LB] doğru parçalarının kıyı çizgisiyle yaptığı açılar α ve β ile gösterilmiştir. $\tan\alpha = \frac{1}{7}$ ve $\tan\beta = \frac{17}{7}$'dir.

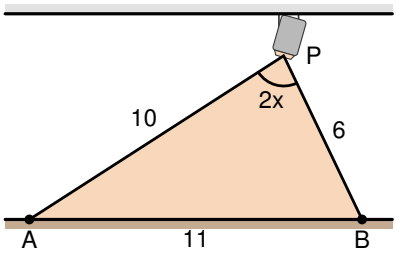


Buna göre A ve B tekneleri arasındaki uzaklık kaç km'dir?

A) 9 B) 10 C) $2\sqrt{17}$ D) $\sqrt{110}$ E) $8\sqrt{2}$

Çözüm →

2. Bir tiyatro salonunun tavanına asılı P projektörünün ışık hüzmesi sahnedeki [AB] şeridini aydınlatmaktadır. Hüzmenin kenar ışınları için |PA| = 10 m ve |PB| = 6 m, aydınlanan şerit için |AB| = 11 m'dir. Hüzmenin ekseni, ölçüsü $m(\widehat{APB}) = 2x$ olan hüzme açısını iki eş parçaya ayırır.



Buna göre cos x değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{7}{9}$

Çözüm →

3. $\tan(x + y) = 2$

$\tan(x - y) = \frac{2}{9}$

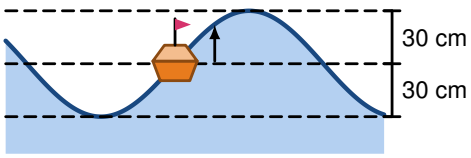
olduğuna göre, cos(4x) değeri kaçtır?

A) $-\frac{15}{17}$ B) $-\frac{8}{17}$ C) $\frac{1}{17}$ D) $\frac{8}{17}$ E) $\frac{15}{17}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

4. Dalgalı bir denizdeki şamandıra düzenli bir salınım yapmaktadır. Şekilde şamandıranın denge düzeyi ile ondan 30 cm yukarıdaki en üst ve 30 cm aşağıdaki en alt konumları kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Şamandıra t = 0 anında denge düzeyindedir ve yükselmektedir; en üst konumundan en alt konumuna 1 saniyede iner. Şamandıranın t saniyedeki denge düzeyine göre yüksekliği (cm), a ve b pozitif sabitler olmak üzere h(t) = a sin(bt) ya da h(t) = a cos(bt) biçimindeki fonksiyonlardan biridir.



Buna göre $0 < t < \frac{5}{2}$ aralığında şamandıranın denge düzeyinin 15 cm üstünde olduğu t anlarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) $\frac{19}{6}$ D) 4 E) $\frac{13}{3}$

Çözüm →

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

Çözümler

Zorluk: ★☆☆ kolay ★★☆ orta ★★★ zor

Yönlü Açılar ve Birim Çember — Test 1

1. B 2. D 3. E 4. C 5. A 6. C 7. B 8. D

1. Verilenler ve istenen. $\alpha = 47^\circ\,35'\,26''$; bitiş kenarı α ile aynı olan açılar $\alpha + k \cdot 360^\circ$ biçimindedir. Bunlardan negatif olanların en büyüğü isteniyor.

Fikir. $k = 0$ için açı pozitiftir; $k = -1$ için ilk negatif değer, yani negatiflerin en büyüğü elde edilir: $\alpha - 360^\circ$.

1. Borçlu çıkarma. $360^\circ = 359^\circ\,59'\,60''$ yazılırsa $360^\circ - 47^\circ\,35'\,26'' = 312^\circ\,24'\,34''$ olur.

2. İşaret. $\alpha - 360^\circ = -(360^\circ - \alpha) = -312^\circ\,24'\,34''$.

Aranan açı $-312^\circ\,24'\,34''$'tir.

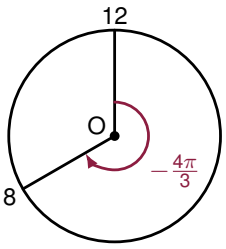
Sağlama. $-312^\circ\,24'\,34'' + 360^\circ = 47^\circ\,35'\,26''$; bitiş kenarı aynıdır. Bir 360° daha çıkarılırsa $-672^\circ\,24'\,34''$ olur, bu daha küçüktür; $k = -1$ değeri en büyük negatif değerdir.

Dikkat: D'yi işaretleyen, açıyı ters yönde aynı ölçüyle $(-\alpha)$ almıştır; $-47^\circ\,35'\,26''$'nin bitiş kenarı α'nınkinin x eksenine göre simetriğidir, aynı değildir.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: B**

2. Verilenler ve istenen. Yelkovan 40 dakika boyunca döner; taradığı yönlü açı radyan cinsinden isteniyor.

Fikir. Yelkovan 60 dakikada bir tam tur (2π radyan) atar. Saat yönü, pozitif yönün (saatin tersi) tersidir; bu yüzden yönlü açı negatiftir.



1. Dakikadaki açı. $\frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}$ radyan.

2. Yön. Şekildeki gibi yelkovan 12'nin üzerinden 8'in üzerine saat yönünde döner ve 40 dakikada $40 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{4\pi}{3}$ radyanlık açı tarar. Saat yönü negatif yön olduğundan yönlü açı $-\frac{4\pi}{3}$ olur.

Yelkovanın taradığı yönlü açı $-\frac{4\pi}{3}$ radyandır.

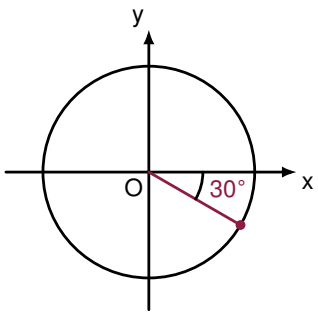
Sağlama. Derece ile: dakikada 6°, 40 dakikada 240°; $240 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{4\pi}{3}$. Saat yönünde olduğu için $-\frac{4\pi}{3}$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, dönme yönünü hesaba katmamıştır; saat yönündeki dönme negatif yönlüdür.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: D**

3. Verilenler ve istenen. $\alpha = -1\,830^\circ$; esas ölçü, yani $[0^\circ, 360^\circ)$ aralığında bitiş kenarı α ile aynı olan açı isteniyor.

Fikir. Açıya 360°'nin katları eklenince bitiş kenarı değişmez; sonuç $[0^\circ, 360^\circ)$ aralığına girene kadar eklenir.



1. Tur sayısı. $1\,830 = 5 \cdot 360 + 30$ olduğundan $-1\,830^\circ = -5 \cdot 360^\circ - 30^\circ$.

2. Aralığa taşıma.
$-1\,830^\circ + 6 \cdot 360^\circ = -1\,830^\circ + 2\,160^\circ = 330^\circ$. Şekildeki gibi bitiş kenarı IV. bölgededir, x ekseninin pozitif yönünün 30° altındadır.

Esas ölçü 330°'dir.

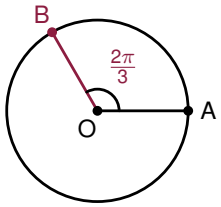
Sağlama. $330^\circ - 6 \cdot 360^\circ = 330^\circ - 2\,160^\circ = -1\,830^\circ$; ayrıca $0 \le 330 < 360$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, $1\,830^\circ$'nin esas ölçüsünü (30°) bulup işareti atmıştır; negatif açının esas ölçüsü $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$'dir.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: E**

4. Verilenler ve istenen. Plak dakikada $\frac{100}{3}$ devir yapar ve saat yönünde döner; 12 saniyede A noktasının taradığı yönlü açının esas ölçüsü isteniyor.

Fikir. Bir devir 2π radyandır; saat yönündeki dönme negatif yönlüdür. Bulunan açıya 2π'nin katları eklenerek $[0, 2\pi)$ aralığına taşınır.



1. Devir sayısı. 12 saniye $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ dakikadır; $\frac{100}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{20}{3}$ devir.

2. Yönlü açı. $\frac{20}{3} \cdot 2\pi = \frac{40\pi}{3}$; saat yönünde olduğundan $-\frac{40\pi}{3}$.

3. Esas ölçü. $-\frac{40\pi}{3} + 7 \cdot 2\pi = -\frac{40\pi}{3} + \frac{42\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$. Şekildeki gibi B, [OA ışınından pozitif yönde $\frac{2\pi}{3}$ radyan ötededir.

Yönlü açının esas ölçüsü $\frac{2\pi}{3}$ radyandır.

Sağlama. $\frac{20}{3} = 6 + \frac{2}{3}$: altı tam tur konumu değiştirmez, kalan $\frac{2}{3}$ tur saat yönündedir. Saat yönünde $\frac{2}{3}$ tur, pozitif yönde $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ tura, yani $\frac{2\pi}{3}$ radyana karşılık gelir.

Dikkat: D'yi işaretleyen, dönme yönünü hesaba katmayıp $\frac{40\pi}{3}$'ün esas ölçüsünü almıştır; saat yönündeki dönme negatif yönlüdür.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: C**

5. Verilenler ve istenen. P birim çember üzerinde, II. bölgede; $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ ve $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$. $\tan\alpha + \sec\alpha$ isteniyor.

Fikir. Birim çemberde noktanın apsisi $\cos\alpha$, ordinatı $\sin\alpha$'dır. Ordinat $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ile bulunur; işaretini bölge belirler.

1. Ordinat (R1). $\sin^2\alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$. P II. bölgede olduğundan ordinat pozitiftir: $\sin\alpha = \frac{12}{13}$.

2. Oranlar. $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{12}{5}$, $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = -\frac{13}{5}$.

Toplam $-\frac{12}{5} - \frac{13}{5} = -\frac{25}{5} = -5$.

$\tan\alpha + \sec\alpha = -5$'tir.

Sağlama. $\tan\alpha + \sec\alpha = \frac{\sin\alpha + 1}{\cos\alpha} = \frac{\frac{12}{13} + 1}{-\frac{5}{13}} = \frac{25}{-5} = -5$.

Ayrıca $\alpha \approx 112{,}6°$ için $\tan\alpha \approx -2{,}4$ ve $\sec\alpha \approx -2{,}6$; toplam -5.

Dikkat: E'yi işaretleyen, apsisi pozitif alıp P'yi I. bölgedeymiş gibi hesaplamıştır; II. bölgede $\cos\alpha < 0$ olduğundan $\tan\alpha$ ve $\sec\alpha$ negatiftir.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

6. Verilenler ve istenen. Birim çemberde $|OP| = |OB| = 1$, $m(\widehat{AOP}) = x$; K, [OP ışınının $y = 1$ doğrusuyla kesişimi; H, P'nin x eksenindeki dik izdüşümü. $\frac{|BK|}{|OH|}$ isteniyor.

Fikir. $|OH|$ ve $|BK|$ birim çemberin tanımından okunur: $|OH| = \cos x$, $y = 1$ doğrusu kotanjant eksenidir ve $|BK| = \cot x$. Bunu OHP ile OBK dik üçgenlerinin benzerliği verir.

1. Uzunlukları adlandırma (R1). OHP dik üçgeninde $|OH| = \cos x$, $|HP| = \sin x$. $[BK] \parallel [OH]$ olduğundan $m(\widehat{OKB}) = x$; OBK dik üçgeninde $\tan x = \frac{|OB|}{|BK|} = \frac{1}{|BK|}$, yani $|BK| = \cot x$.

2. Oran. $\frac{|BK|}{|OH|} = \frac{\cot x}{\cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$.

Oranın eşiti $\operatorname{cosec} x$'tir.

Sağlama. K noktası O'dan geçen ve eğimi $\tan x$ olan doğru üzerindedir ve ordinatı 1'dir; apsisi $\frac{1}{\tan x} = \cot x$. Örneğin $x = 60°$ için $|BK| = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $|OH| = \frac{1}{2}$, oran $\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sin(60°)}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, paydaya $|OH|$ yerine $|OB| = 1$ uzunluğunu koymuş, $|BK| = \cot x$ uzunluğunda kalmıştır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

7. Verilenler ve istenen. OAB'de A dik, $|OA| = 1$, $m(\widehat{AOB}) = x$; OBC'de B dik, $m(\widehat{BOC}) = x$. $|BC|$ isteniyor.

Fikir. Zincirin ortak kenarı [OB]'dir: önce OAB'den $|OB|$ bulunur, sonra OBC'de bu kenar komşu dik kenar olur.

1. Ortak kenar (R1). OAB'de $\cos x = \dfrac{|OA|}{|OB|} = \dfrac{1}{|OB|}$, yani $|OB| = \sec x$.

2. İkinci üçgen. OBC'de $\tan x = \dfrac{|BC|}{|OB|}$, yani $|BC| = |OB| \cdot \tan x = \tan x \cdot \sec x$.

$|BC| = \tan x \cdot \sec x$'tir.

Sağlama. Koordinatla: A(1, 0), B(1, tan x); C, O'dan 2x doğrultusunda ve $|OC| = \dfrac{|OB|}{\cos x} = \sec^2 x$ uzaklıktadır. $x = 30°$ için $B\left(1, \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$, $C\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ve $|BC| = \sqrt{\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{3}} = \dfrac{2}{3}$;

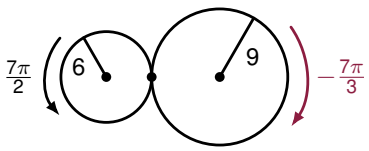
$\tan(30°) \cdot \sec(30°) = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{2\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2}{3}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, OBC'deki komşu dik kenarı $|OB| = 1$ sanıp $|BC| = \tan x$ bulmuştur; [OB], OAB'nin hipotenüsüdür ve $|OA| = 1$'den uzundur. E'yi işaretleyen, [BC] yerine OBC'nin hipotenüsü $|OC| = \sec^2 x$ uzunluğunu bulmuştur.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

8. Verilenler ve istenen. $r_1 = 6$ cm, $r_2 = 9$ cm; küçük çark $\theta_1 = \dfrac{7\pi}{2}$ (pozitif yön). Büyük çarkın dönme açısının esas ölçüsü isteniyor.

Fikir. Dişler birbirine geçtiği için değme noktasından iki çarkta da aynı uzunlukta yay geçer: $r_1\theta_1 = r_2|\theta_2|$. Değen çarklar zıt yönde döner.



1. Yay eşitliği ve yön (R1). Şekildeki gibi değme noktasından iki çarkta da aynı yay geçer ve büyük çark ters yönde döner. Küçük çarkta yay $6 \cdot \dfrac{7\pi}{2} = 21\pi$ cm; büyük çarkta $|\theta_2| = \dfrac{21\pi}{9} = \dfrac{7\pi}{3}$. Büyük çark saat yönünde (negatif yönde) döndüğünden $\theta_2 = -\dfrac{7\pi}{3}$.

2. Esas ölçü. $-\dfrac{7\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi = \dfrac{5\pi}{3}$ ve $0 \le \dfrac{5\pi}{3} < 2\pi$.

Esas ölçü $\dfrac{5\pi}{3}$ radyandır.

Sağlama. Derece ile: $\theta_2 = -420°$; $-420° + 720° = 300° = \dfrac{5\pi}{3}$. Ayrıca $\dfrac{5\pi}{3}$ ile $-\dfrac{7\pi}{3}$'ün farkı 4π, yani 2π'nin katıdır.

Dikkat: A'yı işaretleyen, büyük çarkın da pozitif yönde döndüğünü sanmış, $\dfrac{7\pi}{3}$'ün esas ölçüsü $\dfrac{\pi}{3}$'ü bulmuştur; değen çarklar zıt yönde döner.

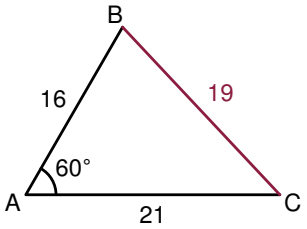
← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

Kosinüs ve Sinüs Teoremi — Test 1

1. B 2. D 3. C 4. D

1. Verilenler ve istenen. A, B ve C noktaları bir üçgen oluşturur: $|AB| = 16$ m, $|AC| = 21$ m ve bu iki kenar arasındaki açı 60°. İskeleler arasındaki uzaklık, A açısının karşısındaki $|BC|$ kenarıdır.

Fikir. İki kenar ve aralarındaki açı bilindiğinde üçüncü kenar kosinüs teoremiyle bulunur: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.



1. Kosinüs teoremi. Gölet şekildeki ABC üçgenine indirgenir; aranan kenar [BC]'dir.

$|BC|^2 = 16^2 + 21^2 - 2 \cdot 16 \cdot 21 \cdot \cos(60°) = 256 + 441 - 336 = 361$.

2. Kenar. $|BC| = \sqrt{361} = 19$.

B ve C iskeleleri arasındaki uzaklık 19 m'dir.

Sağlama. A'yı başlangıç noktası, [AC]'yi x ekseni alalım: $C(21, 0)$, $B(16\cos(60°), 16\sin(60°)) = (8, 8\sqrt{3})$.

$|BC|^2 = (21 - 8)^2 + (8\sqrt{3})^2 = 169 + 192 = 361$; aynı sonuç.

Dikkat: E'yi işaretleyen, kosinüs teoreminde $-2bc\cos A$ terimini + ile yazmış ve $\sqrt{256 + 441 + 336} = \sqrt{1\,033}$ bulmuştur; bu, açı 120° olsaydı karşıdaki kenardır.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: B**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

2. Verilenler ve istenen. Kenarlar 4, 5 ve 6; en büyük açının kosinüsü isteniyor.

Fikir. Üçgende en büyük açı en uzun kenarın karşısındadır. Üç kenar bilindiğinde açının kosinüsü kosinüs teoreminden çekilir: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

1. Açının yeri. En uzun kenar 6 olduğundan en büyük açı 6 birimlik kenarın karşısındaki açıdır; bu açıya α diyelim.

2. Kosinüs teoremi. $6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos\alpha$, yani $36 = 41 - 40\cos\alpha$ ve $\cos\alpha = \dfrac{5}{40} = \dfrac{1}{8}$.

En büyük açının kosinüsü $\dfrac{1}{8}$'dir.

Sağlama. Öteki iki açı: 4'ün karşısında $\dfrac{25 + 36 - 16}{60} = \dfrac{3}{4}$, 5'in karşısında $\dfrac{16 + 36 - 25}{48} = \dfrac{9}{16}$. Kosinüs dar açılarda azalan olduğundan $\dfrac{1}{8} < \dfrac{9}{16} < \dfrac{3}{4}$ sırası, 6'nın karşısındaki açının en büyük olduğunu doğrular. $\dfrac{1}{8} > 0$ olduğundan bu açı dardır ($36 < 41$).

Dikkat: C'yi işaretleyen, kosinüs teoremini $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos A$ biçiminde, işareti ters yazmış ve açıyı geniş bulmuştur.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: D**

3. Verilenler ve istenen. Üçgenin iki kenarı 100 m ve 60 m, bu kenarlar arasındaki açı 150°; alan isteniyor.

Fikir. İki kenarı ve aralarındaki açısı bilinen üçgenin alanı $\dfrac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$'dır.

1. Sinüs değeri. $\sin(150°) = \sin(180° - 30°) = \sin(30°) = \dfrac{1}{2}$.

2. Alan. $\dfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 60 \cdot \dfrac{1}{2} = 1\,500$.

Parselin alanı 1 500 metrekaredir.

Sağlama. C'den AB doğrusuna inen dikmenin ayağı H olsun; H, A'nın öbür yanındadır ve $m(\widehat{CAH}) = 30°$. $|CH| = 60 \cdot \sin(30°) = 30$, alan $= \dfrac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |CH| = \dfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 30 = 1\,500$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, alan formülündeki $\dfrac{1}{2}$ çarpanını unutmuş, $100 \cdot 60 \cdot \sin(150°) = 3\,000$ bulmuştur; bu, aynı kenar ve açıyla kurulan paralelkenarın alanıdır.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: C**

4. Verilenler ve istenen. B açısı 45°, C açısı 30° ve C'nin karşısındaki kenar $|AB| = 8$; B'nin karşısındaki $|AC|$ isteniyor.

Fikir. Kenarlar karşılarındaki açıların sinüsleriyle orantılıdır (sinüs teoremi): $\dfrac{|AC|}{\sin B} = \dfrac{|AB|}{\sin C}$.

1. Oran. $\dfrac{|AB|}{\sin C} = \dfrac{8}{\sin(30°)} = 8 : \dfrac{1}{2} = 16$.

2. Kenar. $|AC| = 16 \cdot \sin(45°) = 16 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$.

$|AC| = 8\sqrt{2}$ birimdir.

Sağlama. A'dan [BC]'ye dikme [AH] olsun. ABH'de $|AH| = 8 \cdot \sin(45°) = 4\sqrt{2}$; AHC'de $|AC| = \dfrac{|AH|}{\sin(30°)} = 2 \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$. Ayrıca B açısı C açısından büyük olduğundan $|AC| > |AB| = 8$ olmalıdır; $8\sqrt{2} \approx 11{,}3$.

Dikkat: B'yi işaretleyen, sinüs teoremindeki ortak oranı ($\dfrac{8}{\sin(30°)} = 16$) bulup orada durmuş, $\sin(45°)$ ile çarpmayı unutmuştur.

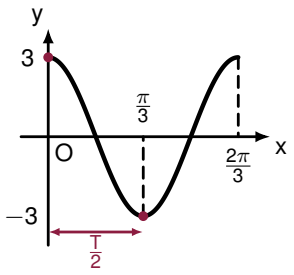
← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: D**

Grafikler ve Ters Fonksiyonlar — Test 1

1. B 2. D 3. C 4. A

1. Verilenler ve istenen. $f(x) = a\cos(bx)$ grafiği $x = 0$'da en büyük değeri 3'ü, $x = \dfrac{\pi}{3}$'te ilk kez en küçük değeri -3'ü alıyor; $a, b > 0$. $a \cdot b$ isteniyor.

Fikir. $a > 0$ iken en büyük değer a'dır. Kosinüs grafiğinde bir tepe ile ondan sonraki ilk dip arası yarım periyottur; periyot $T = \dfrac{2\pi}{b}$ bağıntısından b bulunur.



1. Genlik. $f(0) = a\cos(0) = a = 3$.

2. Periyot (R1). Şekildeki gibi tepe $x = 0$'da, ilk dip $x = \dfrac{\pi}{3}$'te olduğundan $\dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi}{3}$, $T = \dfrac{2\pi}{3}$. $\dfrac{2\pi}{b} = \dfrac{2\pi}{3}$ ise $b = 3$.

3. Çarpım. $a \cdot b = 3 \cdot 3 = 9$.

$a \cdot b$ çarpımı 9'dur.

Sağlama. $f(x) = 3\cos(3x)$ için $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 3\cos\pi = -3$ ve $0 < x < \dfrac{\pi}{3}$ iken $0 < 3x < \pi$ olduğundan -3 değeri bu aralıkta alınmaz; ilk dip gerçekten $\dfrac{\pi}{3}$'tedir.

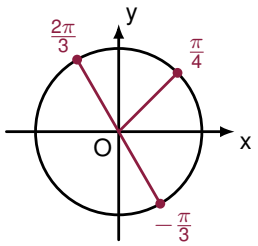
Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

Dikkat: E'yi işaretleyen, ilk dibin apsisi $\frac{\pi}{3}$'ü periyot sanmış ($b = 6$) ya da tepe-dip farkı 6'yı genlik saymıştır. A'yı işaretleyen, periyot bağıntısını ters kurup $b = \frac{T}{2\pi}$ almıştır.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: B**

2. Verilenler ve istenen. Üç ters trigonometrik fonksiyonun özel değerlerinin toplamı isteniyor.

Fikir. Her ters fonksiyonun değeri kendi görüntü kümesinden seçilir: arcsin için $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, arccos için $[0, \pi]$, arctan için $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. arcsin tek fonksiyondur; $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$'dır.



1. Arksinüs. $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ve $-\frac{\pi}{3}$ görüntü kümesinde: $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$.

2. Arkkosinüs. $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ ve $\frac{2\pi}{3} \in [0, \pi]$: $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$.

3. Arktanjant. $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$.

4. Toplam. Şekildeki gibi üç açı da kendi görüntü kümesindedir. $-\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$.

İfadenin değeri $\frac{7\pi}{12}$'dir.

Sağlama. Derece ile: $-60° + 120° + 45° = 105° = \frac{7\pi}{12}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, arcsin'in tekliğini arccos'a taşıyıp $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$ almıştır; oysa arccos negatif değer almaz. E'yi işaretleyen, arcsin $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$'de sinüs ile kosinüs değerlerini karıştırıp $-\frac{\pi}{6}$ bulmuştur.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: D**

3. Verilenler ve istenen. İğne ucunun yüksekliği $f(x) = a\sin x + k$; grafik $x = \frac{\pi}{2}$'de en küçük değeri -8'i (iğne ucu kumaşın 8 mm altında), $x = \frac{3\pi}{2}$'de en büyük değeri 16'yı (kumaşın 16 mm üstünde) alıyor. $\frac{k}{a}$ isteniyor.

Fikir. $\sin x$, $\frac{\pi}{2}$'de 1, $\frac{3\pi}{2}$'de -1 olur. Grafikte $\frac{\pi}{2}$'de dip bulunduğundan (iğne önce aşağı iner) a negatiftir; iki noktanın denklemi a ile k'yi verir.

1. İki nokta (R1). $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a + k = -8$ ve $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -a + k = 16$.

2. Katsayılar. Taraf tarafa toplanırsa $2k = 8$, $k = 4$; çıkarılırsa $2a = -24$, $a = -12$.

3. Oran. $\frac{k}{a} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3}$.

$\frac{k}{a}$ oranı $-\frac{1}{3}$'tür.

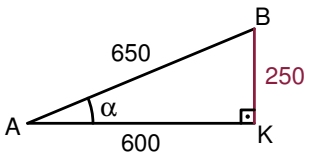
Sağlama. Genlik $\frac{16 - (-8)}{2} = 12$, orta çizgi $\frac{16 + (-8)}{2} = 4$. $f(x) = -12\sin x + 4$ için $f(0) = 4$ ve x, 0'dan büyüdükçe f azalır; iğne şekildeki gibi önce kumaşa doğru iner.

Dikkat: A'yı işaretleyen, genlik ile orta çizginin formüllerini yer değiştirip $a = -4$, $k = 12$ bulmuş ya da oranı $\frac{a}{k}$ biçiminde ters kurmuştur. E'yi işaretleyen, eğrinin (iğnenin) 0'dan sonra aşağı indiğini dikkate almayıp a'yı pozitif almıştır. D'yi işaretleyen, tepe ordinatı 16'yı genlik saymıştır.

← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: C**

4. Verilenler ve istenen. Halat $|AB| = 650$ m, yatayla yaptığı açı $\alpha = \arccos\left(\frac{12}{13}\right)$. A ile B arasındaki yükseklik farkı isteniyor.

Fikir. B'den yataya inilen dikme bir dik üçgen kurar: hipotenüs halat, yükseklik farkı α'nın karşısındaki dik kenardır. Yükseklik $650 \cdot \sin\alpha$ olur; $\cos\alpha$ bilindiğinden $\sin\alpha$ dik üçgenle bulunur.



1. Açının kosinüsü. $\alpha = \arccos\left(\frac{12}{13}\right)$ ise $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ ve $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Sinüs (R1). Komşu dik kenarı 12, hipotenüsü 13 olan dik üçgende karşı dik kenar $\sqrt{13^2 - 12^2} = 5$; $\sin\alpha = \frac{5}{13}$.

3. Yükseklik. Şekildeki gibi dikmenin ayağı K ise $|BK| = 650 \cdot \frac{5}{13} = 250$.

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

B istasyonu A'dan 250 metre yüksektedir.

Sağlama. Yatay uzaklık $650 \cdot \frac{12}{13} = 600$ m;
$250^2 + 600^2 = 62\,500 + 360\,000 = 422\,500 = 650^2$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, yükseklik yerine yatay uzaklığı hesaplamış, $\sin\alpha$ yerine $\cos\alpha$ ile çarpmıştır. D'yi işaretleyen, α'yı $30°$ sanıp halatın yarısını almıştır; oysa $\cos\alpha = \frac{12}{13} > \frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğundan $\alpha < 30°$'dir.

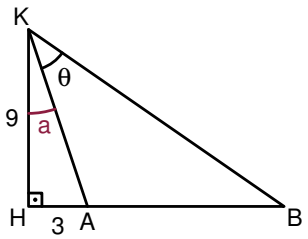
← Soru Zorluk ★☆☆ **Cevap: A**

Toplam-Fark Formülleri — Test 4

1. C 2. B 3. E 4. D

1. Verilenler ve istenen. $[KH] \perp [HB]$, $|KH| = 9$, $|HA| = 3$ (metre); $m(\widehat{AKB}) = \theta$, $\tan\theta = \frac{3}{4}$. $|AB|$ isteniyor.

Fikir. $m(\widehat{HKA}) = a$ olsun. Uzak ucun direkle yaptığı açı $m(\widehat{HKB}) = a + \theta$'dır. $\tan a$ yakın uçtan, $\tan(a+\theta)$ toplam formülünden bulunur; KHB dik üçgeni $|HB|$'yi verir.



1. Yakın ucun açısı (R1). Şekildeki gibi a, KHA dik üçgeninin K açısıdır; $\tan a = \frac{|HA|}{|KH|} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

2. Toplam formülü.
$$\tan(a+\theta) = \frac{\tan a + \tan\theta}{1 - \tan a \cdot \tan\theta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{13}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{13}{9}.$$

3. Uzak ucun yeri (R5). Şekilde a ile θ birlikte KHB dik üçgeninin K açısını oluşturur;
$|HB| = |KH| \cdot \tan(a+\theta) = 9 \cdot \frac{13}{9} = 13$; $|AB| = 13 - 3 = 10$.
$|AB| = 10$ metredir.

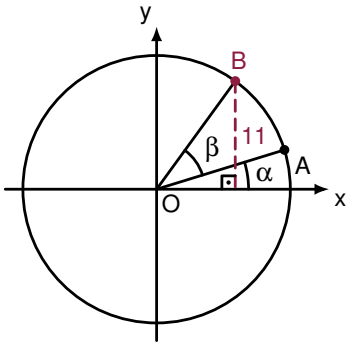
Sağlama. H(0, 0), K(0, 9), A(3, 0), B(13, 0) alınırsa $\overrightarrow{KA} = (3, -9)$, $\overrightarrow{KB} = (13, -9)$ olur. İç çarpım $39 + 81 = 120$, çapraz çarpımın mutlak değeri $|3 \cdot (-9) - (-9) \cdot 13| = 90$; $\tan\theta = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$, verilenle aynı.

Dikkat: A'yı işaretleyen, $\tan(a+\theta)$ formülünün paydasını unutup $\frac{13}{12}$ almış, $|HB| = \frac{39}{4}$ bulmuştur. E'yi işaretleyen ise $|HB| = 13$ ara sonucunda durmuş, $|HA|$'yı çıkarmamıştır.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: C**

2. Verilenler ve istenen. Çark O merkezli, kova önce A(13, 4)'te; çark saat yönünün tersine β kadar dönünce kova çarkın kenarındaki B'ye geliyor, $\tan\beta = \frac{3}{4}$. Kovanın B'deki yüksekliği, yani B'nin ordinatı isteniyor.

Fikir. Çarkın yarıçapı r, [OA]'nın x ekseniyle yaptığı açı α olsun: A(r cos α, r sin α). Kova çarkla birlikte β kadar döndüğünden B'nin ordinatı $r\sin(\alpha+\beta)$'dır; sinüs toplam formülü bunu A'nın koordinatlarıyla yazar.



1. Koordinatları oranla adlandırma (R1). $r\cos\alpha = 13$, $r\sin\alpha = 4$. Dönme açısı β şekildeki AOB dar açısıdır; $\tan\beta = \frac{3}{4}$ için $\sin\beta = \frac{3}{5}$, $\cos\beta = \frac{4}{5}$. Dönme saat yönünün tersine β kadar olduğundan [OB]'nin x ekseniyle yaptığı açı $\alpha + \beta$'dır.

2. Toplam formülü. Şekildeki gibi kovanın yüksekliği B'den x eksenine inen dikmenin boyudur: $r\sin(\alpha+\beta) =$
$r\sin\alpha \cdot \cos\beta + r\cos\alpha \cdot \sin\beta = 4 \cdot \frac{4}{5} + 13 \cdot \frac{3}{5} = \frac{16+39}{5} = 11.$
Kova B noktasındayken x ekseninin 11 dm yukarısındadır.

Sağlama. Apsis $r\cos(\alpha+\beta) = 13 \cdot \frac{4}{5} - 4 \cdot \frac{3}{5} = 8$; B(8, 11) için $8^2 + 11^2 = 185 = 13^2 + 4^2$, B çarkın kenarındadır.
$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 104 + 44 = 148 = 185 \cdot \cos\beta$ verir: $\cos\beta = \frac{4}{5}$, verilenle aynı.

Dikkat: E'yi işaretleyen, formülde $\sin\beta$ ile $\cos\beta$'nın yerlerini karıştırmıştır. A'yı işaretleyen ise yükseklik yerine kovanın yatay konumunu, yani $r\cos(\alpha+\beta)$ apsisini hesaplamıştır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

3. Verilenler ve istenen. ABC üçgeninde $\tan A = 8$ ve $\tan B = 3\tan C$; $\cot B \cdot \cot C$ isteniyor.

Fikir. Üçgende $B + C = 180° - A$ olduğundan $\tan(B + C) = -\tan A$'dır. $\tan C = t$ denirse toplam formülü t için bir denklem verir; denklemin iki kökünden yalnız biri bir üçgene uyar.

1. İndirgeme. $\tan(B + C) = \tan(180° - A) = -\tan A = -8$.

2. Toplam formülünden denklem (R5). $\tan C = t$, $\tan B = 3t$ ile $\dfrac{3t + t}{1 - 3t^2} = -8$, yani $4t = -8 + 24t^2$. Buradan $6t^2 - t - 2 = 0$ ve $(3t - 2)(2t + 1) = 0$; $t = \dfrac{2}{3}$ ya da $t = -\dfrac{1}{2}$.

3. Kökün seçimi (R2). $t = -\dfrac{1}{2}$ ise $\tan C < 0$ ve $\tan B = -\dfrac{3}{2} < 0$ olur; B ve C ikisi de geniş açı olurdu, bu bir üçgende olamaz. O hâlde $\tan C = \dfrac{2}{3}$ ve $\tan B = 2$'dir.

4. İstenen çarpım. $\cot B \cdot \cot C = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{4}$.

$\cot B \cdot \cot C$ çarpımı $\dfrac{3}{4}$'tür.

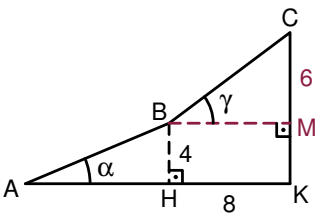
Sağlama. $B \approx 63{,}43°$ ($\tan B = 2$) ve $C \approx 33{,}69°$ ($\tan C = \dfrac{2}{3}$) ise $A \approx 82{,}87°$ ve $\tan(82{,}87°) \approx 8{,}0$; verilenle aynı.

Dikkat: D'yi işaretleyen, $B + C = 180° - A$ olduğunu kullanmadan $\tan(B + C) = 8$ almıştır; bu denklemin pozitif kökü $\tan C = \dfrac{1}{2}$ çarpımı $\dfrac{4}{3}$ yapar. C'yi işaretleyen ise ara sonuç olan $\tan C$ değerinde durmuştur.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: E**

4. Verilenler ve istenen. $|HB| = 4$, $|HK| = 8$, $|KC| = 10$ (metre); [BH] ve [CK] yere dik. θ, AB uzantısı ile BC arasındaki açı ve $\tan\theta = \dfrac{1}{4}$. $|AH|$ isteniyor.

Fikir. AB'nin yerle yaptığı açı α, BC'nin yerle yaptığı açı γ olsun. B'den yere paralel çizilen doğruya göre AB uzantısı α, BC ise γ açısı yapar; bu yüzden $\theta = \gamma - \alpha$, yani $\alpha = \gamma - \theta$'dır. $\tan\gamma$ şekilden, $\tan\alpha$ fark formülünden bulunur; ABH dik üçgeni $|AH|$'yi verir.



1. İkinci yüzeyin eğimi (R1). Şekildeki gibi B'den yere paralel [BM] çizilirse BMC dik üçgeni oluşur. BC yüzeyi yatayda $|HK| = 8$ metrede $|KC| - |HB| = 10 - 4 = 6$ metre yükselir: $\tan\gamma = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$.

2. Fark formülü tersten (R5).

$$\tan\alpha = \tan(\gamma - \theta) = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{19}{16}} = \frac{8}{19}.$$

3. Uzunluk. ABH dik üçgeninde $\tan\alpha = \dfrac{|HB|}{|AH|}$, yani

$$|AH| = \frac{4}{\frac{8}{19}} = \frac{19}{2}.$$

$|AH| = \dfrac{19}{2}$ metredir.

Sağlama. $A(0, 0)$, $B\left(\dfrac{19}{2}, 4\right)$, $C\left(\dfrac{35}{2}, 10\right)$ alınırsa AB uzantısının yönü $\left(\dfrac{19}{2}, 4\right)$, BC'nin yönü $(8, 6)$'dır. Çapraz çarpım $\dfrac{19}{2} \cdot 6 - 4 \cdot 8 = 25$, iç çarpım $76 + 24 = 100$; $\tan\theta = \dfrac{25}{100} = \dfrac{1}{4}$, verilenle aynı.

Dikkat: B'yi işaretleyen, fark formülünün paydasını unutup $\tan\alpha = \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}$ almıştır. A'yı işaretleyen ise C'nin yerden yüksekliği olan 10 metreyi BC yüzeyinin yükselişi saymış, $\tan\gamma = \dfrac{10}{8}$ ile hesaplamıştır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

İki Kat Açı Formülleri — Test 5

5. C 6. E 7. D 8. A

5. Verilenler ve istenen. ABD üçgeninin üç kenarı (27, 48, 33) ve A'daki açı x; CBD üçgeninde $|BC| = 32$, $|BD| = 33$ ve C'deki açı 2x. $|CD|$ isteniyor.

Fikir. x ve 2x açıları ayrı üçgenlerdedir; ikisini [BD] köşegeni bağlar. ABD'de üç kenar bilindiğinden kosinüs teoremi ters kullanılarak cos x bulunur; iki kat formülü cos(2x)'i verir; CBD'de kosinüs teoremi $|CD|$ için denklem kurar.

1. Kosinüs teoremi, ters (R5). ABD'de [BD], A açısının karşısındadır: $33^2 = 27^2 + 48^2 - 2 \cdot 27 \cdot 48 \cdot \cos x$, yani $1\,089 = 3\,033 - 2\,592 \cos x$ ve $\cos x = \dfrac{1\,944}{2\,592} = \dfrac{3}{4}$.

2. İki kat formülü. $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 = 2 \cdot \dfrac{9}{16} - 1 = \dfrac{1}{8}$.

3. İkinci üçgen (R6). CBD'de [BD], C açısının karşısındadır. $|CD| = a$ denirse $33^2 = 32^2 + a^2 - 2 \cdot 32 \cdot a \cdot \dfrac{1}{8}$, yani $a^2 - 8a - 65 = 0$ ve $(a - 13)(a + 5) = 0$. Uzunluk pozitif olduğundan $a = 13$.

$|CD| = 13$ birimdir.

Sağlama. CBD'de C açısının kosinüsü: $\dfrac{32^2 + 13^2 - 33^2}{2 \cdot 32 \cdot 13} = \dfrac{104}{832} = \dfrac{1}{8}$; $2\cos^2 x - 1$ ile aynı. Ayrıca $1 < 13 < 65$ (üçgen eşitsizliği).

Dikkat: A'yı işaretleyen, CBD'de kosinüs teoremini $-2 \cdot 32 \cdot a \cdot \cos(2x)$ yerine + işaretiyle yazmış, $a^2 + 8a - 65 = 0$ denkleminden $a = 5$ bulmuştur.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: C**

6. Verilenler ve istenen. Direk 3 m, gölgesi 12 m, güneş açısı x; ikinci durumda güneş açısı 2x, binanın gölgesi 30 m. Binanın yüksekliği h isteniyor.

Fikir. Direk, gölgesi ve güneş ışını bir dik üçgen kurar; ondan tan x okunur. Bina ile gölgesi de bir dik üçgendir ve bu üçgende açı 2x olduğundan tanjant iki kat formülü gerekir.

1. Birinci dik üçgen (R1). $\tan x = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.

2. İki kat formülü.

$$\tan(2x) = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{15} = \frac{8}{15}.$$

3. İkinci dik üçgen (R6). $\tan(2x) = \dfrac{h}{30}$, yani $h = 30 \cdot \dfrac{8}{15} = 16$.

Binanın yüksekliği 16 metredir.

Sağlama. $\tan x = \dfrac{1}{4}$ ise $x \approx 14{,}0°$ ve $2x \approx 28{,}1°$; $\tan(28{,}1°) \approx 0{,}533$ ve $30 \cdot 0{,}533 \approx 16$. Ayrıca $2x < 45°$ olduğundan bina gölgesinden kısadır: $16 < 30$.

Dikkat: D'yi işaretleyen, tanjant iki kat formülünün paydasını unutup $\tan(2x) = 2\tan x = \dfrac{1}{2}$ almış ve $h = 15$ bulmuştur.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: E**

7. Verilenler ve istenen. ABC'de C dik, $|AB| = 1$, $m(\widehat{BAC}) = x < \dfrac{\pi}{4}$, [CH] hipotenüse yükseklik.

A(ACH) − A(BCH) farkı x türünden isteniyor.

Fikir. İki üçgenin yüksekliği ortaktır ([CH]); fark, tabanların farkıyla kurulur. Uzunluklar sin x ve cos x ile adlandırılır; çarpım iki kez iki kat formülüyle tek terime iner.

1. Uzunluklar (R1). ABC'de $|AC| = \cos x$, $|BC| = \sin x$. ACH'de $|AH| = |AC| \cdot \cos x = \cos^2 x$ ve $|CH| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \cos x$; $|HB| = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$.

2. Alan farkı. $A(ACH) - A(BCH) = \dfrac{1}{2} \cdot |CH| \cdot (|AH| - |HB|) = \dfrac{1}{2} \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x)$.

3. İki kat, iki kez (R3). $\sin x \cdot \cos x = \dfrac{\sin(2x)}{2}$ ve $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos(2x)$ olduğundan fark $\dfrac{1}{4}\sin(2x) \cdot \cos(2x)$ olur. Yeniden $\sin(2x) \cdot \cos(2x) = \dfrac{\sin(4x)}{2}$ ile fark $\dfrac{\sin(4x)}{8}$'dir.

Alanlar farkı $\dfrac{\sin(4x)}{8}$'dir.

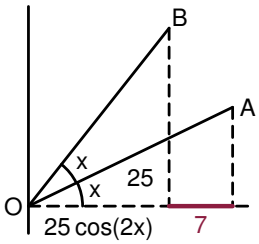
Sağlama. $x = \dfrac{\pi}{8}$ için $|CH| = \sin x \cdot \cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$, $|AH| - |HB| = \cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; fark $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{4} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{8}$ ve $\dfrac{1}{8} \cdot \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{8}$. Ayrıca $x \to \dfrac{\pi}{4}$ iken H, AB'nin ortasına gelir ve fark 0'a gider.

Dikkat: B'yi işaretleyen, farkı değil ABC üçgeninin alanını $(\dfrac{1}{2}\sin x \cdot \cos x)$ bulmuştur. E'yi işaretleyen, üçgen alanındaki $\dfrac{1}{2}$ çarpanını unutup $|CH| \cdot (|AH| - |HB|)$ almıştır.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: D**

8. Verilenler ve istenen. Kol uzunluğu 25 m sabit; kol yatayla önce x, sonra 2x açısı yapıyor; ucun kuleye yatay uzaklığı 7 m azalıyor. cos x isteniyor.

Fikir. Ucun kuleye yatay uzaklığı, kolu hipotenüs kabul eden dik üçgenin yatay kenarıdır: $25\cos x$ ve $25\cos(2x)$. Azalma bilindiğinden açının kosinüsü geriye doğru bulunur; $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$ denklemi ikinci dereceye çevirir.



1. Yatay uzaklıklar (R1). Şekildeki gibi OA konumunda $25\cos x$, OB konumunda $25\cos(2x)$; $25\cos x - 25\cos(2x) = 7$.

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

2. İkinci derece denklem (R5). $\cos x = c$ denirse $25c - 25(2c^2 - 1) = 7$, yani $50c^2 - 25c - 18 = 0$ ve $(10c - 9)(5c + 2) = 0$. $c = \frac{9}{10}$ ya da $c = -\frac{2}{5}$.

3. Kök seçimi. Kol her iki konumda kulenin aynı yanında ve yukarı doğrudur; x dar açıdır, $\cos x > 0$. Bu yüzden $\cos x = \frac{9}{10}$.

$\cos x$ değeri $\frac{9}{10}$'dur.

Sağlama. $\cos(2x) = 2 \cdot \frac{81}{100} - 1 = \frac{31}{50}$; yatay uzaklıklar $25 \cdot \frac{9}{10} = 22{,}5$ m ve $25 \cdot \frac{31}{50} = 15{,}5$ m, fark 7 m. Ayrıca $\cos(2x) > 0$ olduğundan 2x dar açıdır; şekille tutarlı.

Dikkat: C'yi işaretleyen, $\cos(2x)$'i $2\cos x - 1$ diye doğrusal açmış, $25(1 - \cos x) = 7$ denkleminden $\cos x = \frac{18}{25}$ bulmuştur.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: A**

Trigonometrik Denklemler — Test 1

5. A 6. B 7. C 8. E

5. Verilenler ve istenen. Grafik $\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$ ve $(\pi, -3)$ noktalarından geçiyor. a ve b bulunacak; ardından $f(x) = 0$'ın $[0, 2\pi]$ aralığındaki en büyük ve en küçük kökü arasındaki fark hesaplanacak.

Fikir. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ olduğundan ilk nokta b'yi doğrudan verir; ikinci nokta a'yı verir. Denklem $\cos x =$ sabit biçimine iner.

1. Grafikten model (R1). $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \cdot 0 + b = -1$ ise $b = -1$. $f(\pi) = a \cdot (-1) + b = -3$ ise $-a - 1 = -3$, $a = 2$. Yani $f(x) = 2\cos x - 1$.

2. Denklem. $2\cos x - 1 = 0$ ise $\cos x = \frac{1}{2}$. $[0, 2\pi]$ aralığında kökler $x = \frac{\pi}{3}$ ve $x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$'tür.

3. Fark. En büyük kök $\frac{5\pi}{3}$, en küçük kök $\frac{\pi}{3}$; fark $\frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

İstenen fark $\frac{4\pi}{3}$'tür.

Sağlama. $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$. $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right)$ aralığında $\cos x < \frac{1}{2}$, $\left[0, \frac{\pi}{3}\right)$ ve $\left(\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right]$ aralıklarında $\cos x > \frac{1}{2}$; başka kök yoktur. Model çizili parçayla da uyuşur: $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$.

Dikkat: D'yi işaretleyen, grafiği x eksenine göre simetrik sanıp $b = 0$, $a = 3$ almış; $3\cos x = 0$ denkleminin kökleri $\frac{\pi}{2}$ ile $\frac{3\pi}{2}$ arasındaki farkı bulmuştur. E'yi işaretleyen, fark yerine köklerin toplamını ($\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3}$) hesaplamıştır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

6. Verilenler ve istenen. $(0, \pi)$ aralığında $\sin(2x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ eşitliğini sağlayan x değerleri toplanacak.

Fikir. $\sin u = \sin v$ ise ya $u = v + 2k\pi$ ya da $u = \pi - v + 2k\pi$'dir. İki aile ayrı ayrı çözülür; ikincisinde 3x çıkar ve onun aralığı genişler.

1. Birinci aile. $2x = x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ise $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; aralıkta yalnız $x = \frac{\pi}{3}$.

2. İkinci aile ve katlı açının aralığı (R4).

$2x = \pi - x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ise $3x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$. $0 < x < \pi$ iken $0 < 3x < 3\pi$; bu aralıkta $3x = \frac{2\pi}{3}$ ve $3x = \frac{8\pi}{3}$, yani $x = \frac{2\pi}{9}$ ve $x = \frac{8\pi}{9}$.

3. Toplam. $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} + \frac{8\pi}{9} = \frac{3\pi + 2\pi + 8\pi}{9} = \frac{13\pi}{9}$.

Köklerin toplamı $\frac{13\pi}{9}$'dur.

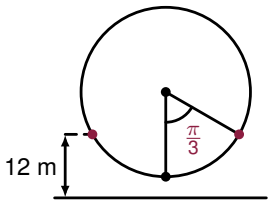
Sağlama. $x = \frac{\pi}{3}$: $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$. $x = \frac{2\pi}{9}$: $\sin\left(\frac{4\pi}{9}\right)$ ile $\sin\left(\frac{5\pi}{9}\right)$ eşittir, çünkü açılar bütünlerdir. $x = \frac{8\pi}{9}$: $\sin\left(\frac{16\pi}{9}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)$ ve $\sin\left(\frac{11\pi}{9}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)$; eşit. Sonraki üye $\frac{14\pi}{9} > \pi$ olduğundan aralık dışındadır.

Dikkat: A'yı işaretleyen, ikinci ailede parantezi açarken işareti yanlış dağıtıp $2x = \pi - x + \frac{\pi}{3}$ yazmıştır; bu yol $x = \frac{4\pi}{9}$'u verir ve toplam $\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{9} = \frac{7\pi}{9}$ olur.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

7. Verilenler ve istenen. Merkez yerden 20 m, yarıçap 16 m; bir tur 30 dakika. Yolcu t = 0'da en alttadır (yerden $20 - 16 = 4$ m). $0 < t \le 36$ aralığında yüksekliğin kaç kez 12 m olduğu soruluyor.

Fikir. Yolcunun merkezle yaptığı açı dakikada $\frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}$ radyan artar. En alttan başladığı için yükseklik $h(t) = 20 - 16\cos\left(\frac{\pi t}{15}\right)$ olur.



1. Şekilden model (R1). $h(0) = 20 - 16 = 4$ (en alt), $h(15) = 20 + 16 = 36$ (en üst); model şekille uyuşur.

2. Denklem. $20 - 16\cos\left(\frac{\pi t}{15}\right) = 12$ ise $\cos\left(\frac{\pi t}{15}\right) = \frac{1}{2}$, yani $\frac{\pi t}{15} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ya da $\frac{5\pi}{3} + 2k\pi$; $t = 5 + 30k$ ya da $t = 25 + 30k$. Şekildeki gibi bu iki konum, en alt noktadan $\frac{\pi}{3}$ ve $\frac{5\pi}{3}$ radyanlık dönüşe karşılık gelir.

3. Sayım. $0 < t \le 36$ için $t = 5$, $t = 25$ ve $t = 35$; $t = 55$ aralık dışındadır.

Yolcu ilk 36 dakikada 3 kez yerden 12 m yükseklikte bulunur.

Sağlama. Her turda yolcu 12 m'den bir kez çıkarken, bir kez inerken geçer: birinci turda 5. ve 25. dakikada. İkinci tur 30. dakikada en altta başlar; 36. dakikaya kadar 6 dakika geçer. Bu sürede açı $\frac{6\pi}{15} = \frac{2\pi}{5}$ radyan ilerler, $\frac{\pi}{3}$'ü geçer ama $\frac{5\pi}{3}$'e ulaşmaz; yolcu yalnız çıkarken 12 m'den geçer (t = 35).

Dikkat: B'yi işaretleyen, bir turdaki geçiş sayısında durmuştur; ikinci turun ilk 6 dakikası da bir geçiş içerir. D'yi işaretleyen, ikinci turu da tam sayıp iki geçiş eklemiştir; ikinci turun yalnız ilk 6 dakikası aralıktadır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

8. Verilenler ve istenen. $(0, 2\pi)$ aralığında $\tan x = \cot\left(\frac{\pi}{5}\right)$ eşitliğini sağlayan x değerleri toplanacak.

Fikir. Tümler açıların tanjantı ile kotanjantı eşittir: $\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$. Eşitlik $\tan x = \tan\alpha$ biçimine iner; tanjantın periyodu π olduğundan kökler $\alpha + k\pi$'dir.

1. Tümler indirgeme. $\cot\left(\frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{10}\right)$.

2. Kökler. $\tan x = \tan\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ ise $x = \frac{3\pi}{10} + k\pi$. $(0, 2\pi)$ aralığında $x = \frac{3\pi}{10}$ ve $x = \frac{13\pi}{10}$.

3. Toplam. $\frac{3\pi}{10} + \frac{13\pi}{10} = \frac{16\pi}{10} = \frac{8\pi}{5}$.

Köklerin toplamı $\frac{8\pi}{5}$'tir.

Sağlama. $\frac{3\pi}{10} = 54°$ ve $\frac{\pi}{5} = 36°$; $54° + 36° = 90°$ olduğundan $\tan(54°) = \cot(36°)$. $\frac{13\pi}{10} = 234° = 180° + 54°$, tanjantı yine $\tan(54°)$'dir. Sonraki üye $\frac{23\pi}{10} > 2\pi$ olduğundan aralık dışındadır.

Dikkat: D'yi işaretleyen, $\cot\left(\frac{\pi}{5}\right)$'i $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$ sanıp $\frac{\pi}{5} + \frac{6\pi}{5} = \frac{7\pi}{5}$ bulmuştur.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: E**

Karma Test 4

1. E 2. B 3. A 4. C

1. Verilenler ve istenen. $|LA| = 13$, $|LB| = 5$; [LA] ve [LB] kıyıyla aynı yönden α ve β açıları yapar, $\tan\alpha = \frac{1}{7}$, $\tan\beta = \frac{17}{7}$. $|AB|$ isteniyor.

Fikir. LAB üçgeninde L'deki açı $\beta - \alpha$'dır. Bu açının kosinüsü fark formülüyle bulunur, sonra kosinüs teoremi $|AB|$'yi verir.

1. Sinüs ve kosinüsler. $\tan\alpha = \frac{1}{7}$ olan dik üçgenin hipotenüsü $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$: $\sin\alpha = \frac{1}{5\sqrt{2}}$, $\cos\alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}}$. $\tan\beta = \frac{17}{7}$ olan dik üçgenin hipotenüsü $\sqrt{338} = 13\sqrt{2}$: $\sin\beta = \frac{17}{13\sqrt{2}}$, $\cos\beta = \frac{7}{13\sqrt{2}}$.

2. Fark formülü (R3). $\cos(\beta - \alpha) = \cos\beta \cdot \cos\alpha + \sin\beta \cdot \sin\alpha = \frac{7 \cdot 7 + 17 \cdot 1}{13\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{66}{130} = \frac{33}{65}$.

3. Kosinüs teoremi (R6). $m(\widehat{ALB}) = \beta - \alpha$ olduğundan $|AB|^2 = 13^2 + 5^2 - 2 \cdot 13 \cdot 5 \cdot \frac{33}{65} = 194 - 66 = 128$, $|AB| = 8\sqrt{2}$.

A ve B tekneleri arasındaki uzaklık $8\sqrt{2}$ km'dir.

Sağlama. L başlangıç noktası, kıyı x ekseni alınırsa $A = 13 \cdot \left(\frac{7}{5\sqrt{2}}, \frac{1}{5\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{91}{5}, \frac{13}{5}\right)$ ve $B = 5 \cdot \left(\frac{7}{13\sqrt{2}}, \frac{17}{13\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{35}{13}, \frac{85}{13}\right)$ olur.

$|AB|^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1\,008}{65}\right)^2 + \left(\frac{256}{65}\right)^2\right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1\,081\,600}{4\,225} = 128.$

Dikkat: C'yi işaretleyen, α'yı kıyı çizgisinden değil kıyıya dik doğrultudan ölçmüş, $\tan\alpha = 7$ almıştır: $\cos(\beta - \alpha) = \frac{63}{65}$ ve $|AB|^2 = 194 - 126 = 68$ çıkar.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: E**

2. Verilenler ve istenen. PAB üçgeninde $|PA| = 10$, $|PB| = 6$, $|AB| = 11$ ve $m(\widehat{APB}) = 2x$. Hüzme ekseniyle kenar ışın arasındaki x açısının kosinüsü isteniyor.

Fikir. Üç kenarı bilinen üçgende P açısının kosinüsü kosinüs teoreminden gelir; bu $\cos(2x)$'tir. $\cos x$, iki kat formülünden geriye (yarım açı) bulunur.

1. Kosinüs teoremi (R1). [AB] P açısının karşısındaki kenardır: $11^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos(2x)$, yani $121 = 136 - 120\cos(2x)$ ve $\cos(2x) = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$.

2. Yarım açı (R5). $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$ olduğundan $2\cos^2 x = \frac{9}{8}$, $\cos^2 x = \frac{9}{16}$. 2x bir üçgen açısı olduğundan $x < 90°$ ve $\cos x > 0$: $\cos x = \frac{3}{4}$.

$\cos x$ değeri $\frac{3}{4}$'tür.

Sağlama. $\cos x = \frac{3}{4}$ ise $\cos(2x) = 2 \cdot \frac{9}{16} - 1 = \frac{1}{8}$ ve $|AB|^2 = 100 + 36 - 120 \cdot \frac{1}{8} = 121$, $|AB| = 11$. Ayrıca $\cos x = \frac{3}{4} > \frac{\sqrt{2}}{2}$ olduğundan $x < 45°$, yani hüzme açısı 2x dardır; şekille uyumludur.

Dikkat: A'yı işaretleyen, iki kat formülündeki -1'i unutup $\cos(2x) = 2\cos^2 x$ almış, $\cos^2 x = \frac{1}{16}$ bulmuştur. D'yi işaretleyen, kosinüs teoreminden bulduğu $\cos(2x) = \frac{1}{8}$ değerinde durmuş, istenenin hüzme açısının yarısı olduğunu atlamıştır.

← Soru Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

3. Verilenler ve istenen. $\tan(x+y)=2$, $\tan(x-y)=\frac{2}{9}$; $\cos(4x)$ isteniyor.

Fikir. $(x+y)+(x-y)=2x$ olduğundan $\tan(2x)$ toplam formülüyle bulunur. $4x=2\cdot 2x$ olduğundan $\cos(4x)$, iki kat formülünün tanjant türünden biçimiyle $\tan(2x)$'e bağlanır.

1. Toplam formülü (R6).

$$\tan(2x)=\tan\big((x+y)+(x-y)\big)=\frac{2+\frac{2}{9}}{1-2\cdot\frac{2}{9}}=\frac{\frac{20}{9}}{\frac{5}{9}}=4.$$

2. İki kat, tanjant türünden (R3).

$$\cos(2u)=\cos^2u-\sin^2u=\frac{\cos^2u-\sin^2u}{\cos^2u+\sin^2u}=\frac{1-\tan^2u}{1+\tan^2u}.$$

$u=2x$ için $\cos(4x)=\frac{1-16}{1+16}=-\frac{15}{17}$.

$\cos(4x)$ değeri $-\frac{15}{17}$'dir.

Sağlama. $\tan(2x)=4$ ise $2x$'in kosinüsü ve sinüsü işaretçe birlikte $\pm\frac{1}{\sqrt{17}}$ ve $\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$'dir.

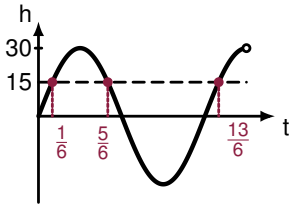
$\cos(4x)=2\cos^2(2x)-1=\frac{2}{17}-1=-\frac{15}{17}$; işaret seçimi sonucu değiştirmez.

Dikkat: D'yi işaretleyen, $\cos(4x)$ yerine $\sin(4x)=\frac{2\tan(2x)}{1+\tan^2(2x)}=\frac{8}{17}$ formülünü kullanmıştır. E'yi işaretleyen, tanjant türünden formülde payı $\tan^2(2x)-1$ yazıp işareti ters çevirmiştir.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: A**

4. Verilenler ve istenen. Genlik 30 cm; $t=0$'da denge düzeyinde ve yükseliyor; en üstten en alta 1 s. $0<t<\frac{5}{2}$'de $h(t)=15$ olan anların toplamı isteniyor.

Fikir. Önce model kurulur: $t=0$'da $h=0$ ve artan olduğundan fonksiyon sinüstür; genlik ve periyot şekilden ve süreden okunur. Sonra $\sin(\pi t)=\frac{1}{2}$ denklemi, πt'nin genişleyen aralığında çözülür.



1. Model (R1). $\cos(0)=1$ olduğundan $a\cos(bt)$ $t=0$'da en üsttedir; $h(0)=0$ ve artan olması $h(t)=a\sin(bt)$'yi verir. En yüksek değer 30 olduğundan $a=30$. En üstten en alta geçen süre yarım periyottur: $\frac{T}{2}=1$, $T=2=\frac{2\pi}{b}$, $b=\pi$. Model $h(t)=30\sin(\pi t)$'dir.

2. Denklem. $30\sin(\pi t)=15$, yani $\sin(\pi t)=\frac{1}{2}$: $\pi t=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ya da $\pi t=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$.

3. Aralıktaki kökler (R4). $0<t<\frac{5}{2}$ için $0<\pi t<\frac{5\pi}{2}$; aralık bir tam turdan uzundur. Şekildeki gibi $h=15$ doğrusu grafiği üç noktada keser: $\pi t=\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{13\pi}{6}$, yani $t=\frac{1}{6},\frac{5}{6},\frac{13}{6}$ ($\frac{17}{6}>\frac{5}{2}$ dışarıda kalır).

4. Toplam. $\frac{1+5+13}{6}=\frac{19}{6}$.

Anların toplamı $\frac{19}{6}$'dır.

Sağlama. $h\left(\frac{1}{6}\right)=30\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=15$,

$h\left(\frac{5}{6}\right)=30\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)=15$,

$h\left(\frac{13}{6}\right)=30\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right)=30\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=15$. Model de tutar: $h\left(\frac{1}{2}\right)=30$ (en üst), $h\left(\frac{3}{2}\right)=-30$ (en alt), aradaki süre 1 s.

Dikkat: A'yı işaretleyen, πt'nin aralığını $\left(0,\frac{5\pi}{2}\right)$ yerine $(0,2\pi)$ alıp $\frac{13}{6}$ anını kaçırmıştır. E'yi işaretleyen, kosinüs modelini seçip şamandırayı en üstten başlatmış, $\cos(\pi t)=\frac{1}{2}$'nin köklerini $(\frac{1}{3},\frac{5}{3},\frac{7}{3})$ toplamıştır.

← Soru Zorluk ★★★ **Cevap: C**

Örnek sayfalar · AYT Trigonometri Soru Bankası · ertansinansahin.com

Kitabın tamamında

- **312 soru, 39 test:** yönlü açılar ve birim çember, işaret ve sıralama, kosinüs ve sinüs teoremi, grafikler ve ters fonksiyonlar, toplam-fark ve iki kat açı formülleri, trigonometrik denklemler; her bölümde testler kolaydan zora sıralı, kitabın sonunda bölümleri birleştiren 8 karma test.
- **Adım adım çözümler:** her soruda verilenler, fikir, adımlar ve sağlama; çözümlerin çoğunda şekil; yanlış şıkların hangi hatadan geldiği de yazılı.
- **ÖSYM düzeni:** AYT kitapçığındaki yazı boyu, iki sütunlu yerleşim ve soru sunuşu; soruların %52'si şekilli ya da grafikli, birçoğu gündelik hayattan. Kitabın başında 2018-2026 çıkmış soru dağılımı.
- **Tıklanabilir kitap:** sorudan çözüme ve çözümden soruya tek dokunuşla geçiş; testin sonunda ters çevrilmiş cevap anahtarı.

ertansinansahin.com

Kitabın tamamı ve öteki kaynaklar için karekodu okutun.