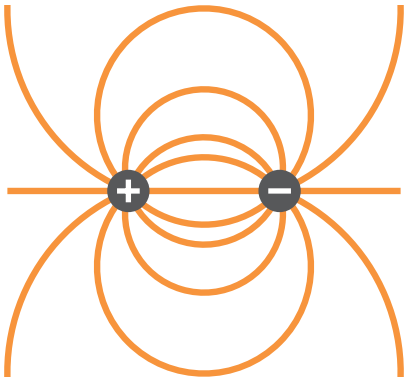
ELEKTROMANYETİK TEORİ 1

SORU KİTABI

ÖRNEK SAYFALAR

11 ünite · 178 soru · adım adım çözümler



Ertan Sinan Şahin

ertansinansahin.com

Bu kitap nasıl kullanılır?

- Her ünite, soruların dayandığı tanım ve formülleri özetleyen bir hatırlatma kutusuyla açılır.
- Zorluk: ★☆☆ temel ★★☆ orta ★★★ ileri. Her ünitede birkaç çoktan seçmeli kavram sorusu vardır; her ünite sınav tipi bir ya da birkaç karma soruyla biter.
- Her sorunun altındaki noktalı alan sizin çözümünüz içindir. Önce kendiniz çözün; takıldığınızda hatırlatma kutusuna ve ders notuna dönün, çözüme en son bakın.
- Bütün çözümler kitabın sonundadır. Sorunun yanındaki Çözüm → bağlantısı çözüme, çözümdeki ← Soru bağlantısı soruya götürür. Kısa cevaplar **CEVAP** kutusundadır.
- **Gösterim:** SI birimleri kullanılır; $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m. Vektörler kalın ($\mathbf{E}$), birim vektörler şapkalıdır ($\hat{\mathbf{x}}$). Silindirik koordinatlar (r, ϕ, z), küresel koordinatlar (R, θ, ϕ) ile yazılır. Şekillerde elektrik alanı turuncu, manyetik alan turkuaz; artı yük kırmızı, eksi yük mavidir. Akım siyah, hız mavi, kuvvet kırmızı okla gösterilir; işareti sorulan bir yük siyah çizilir.
- **Vize ve final:** Elektromanyetik Teori 1 çoğunlukla 2. sınıfta okutulur. Vize genellikle vektör analizini ve elektrostatiği (Ünite 1–6), final Poisson–Laplace denklemlerini ve görüntü yöntemini, durağan akımı, manyetostatiği ve Faraday yasasını da (Ünite 7–11) kapsar. Ünite 11 (Faraday ve Maxwell) *Elektromanyetik Teori 2* kitabında da aynen yer alır; bu konuyu ikinci derste işleyen okullar için oradadır. Kendi dersinizin izlencesine göre çalışacağınız üniteleri seçin.

İçindekiler

Sayfa numaraları tam kitaba aittir. Renkli üniteler bu örnekte vardır; tıklayınca o üniteye gidersiniz.

1 Vektör Analizi ve Koordinat Sistemleri ..... 18 soru 4

2 Coulomb Yasası ve Elektrik Alanı ..... 16 soru 15

3 **Gauss Yasası** ..... 14 soru 24

4 Elektrik Potansiyeli ve Elektrostatik Enerji ..... 16 soru 32

5 İletkenler, Dielektrikler ve Sınır Koşulları ..... 16 soru 41

6 **Kapasite** ..... 14 soru 51

7 Poisson ve Laplace Denklemleri; Görüntü Yöntemi ..... 16 soru 60

8 Durağan Akım ..... 14 soru 72

9 Manyetostatik: Biot–Savart, Ampère, Vektör Potansiyel ..... 18 soru 80

10 Manyetik Malzemeler, Endüktans ve Manyetik Enerji ..... 18 soru 92

11 **Faraday Yasası ve Maxwell Denklemleri** ..... 18 soru 103

Çözümler 114

3. ÜNİTE

GAUSS YASASI

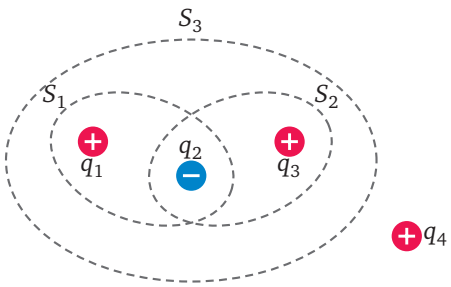
elektrik akı yoğunluğu	$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$ (boşlukta)	küresel simetri	$D_R\, 4\pi R^2 = Q_{\text{iç}}$
Gauss yasası	$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{iç}}$	silindirik simetri	$D_r\, 2\pi r L = Q_{\text{iç}}$
diferansiyel biçim	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$	sonsuz levha	$\mathbf{E} = \pm \dfrac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\, \hat{\mathbf{n}}$
diverjans teoremi	$\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{A}\, dv$	diverjans	$\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial (r D_r)}{\partial r}, \quad \dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial (R^2 D_R)}{\partial R}$

Bu ünitede yükler boşluktadır: $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m. Silindirik koordinatlar (r, ϕ, z), küresel koordinatlar (R, θ, ϕ) ile yazılır. $d\mathbf{S}$ kapalı yüzeyde dışa doğrudur. Gauss yasası her kapalı yüzeyde geçerlidir; alanı bulmak için kullanılabilmesi, D'nin yüzey üzerinde sabit ya da yüzeye teğet olduğu bir simetri gerektirir. Diverjans formülündeki $\mathbf{D}$, yalnız ilgili bileşeni olan alanlar içindir.

Elektrik akısı ve Gauss yasası

3.2 ★☆☆ Çözüm →

Şekilde $q_1 = 4$ nC, $q_2 = -7$ nC, $q_3 = 2$ nC ve $q_4 = 5$ nC'luk dört noktasal yük ile üç kapalı yüzeyin kesiti görülüyor. S_1 yüzeyi q_1 ile q_2'yi, S_2 yüzeyi q_2 ile q_3'ü, S_3 yüzeyi ilk üç yükü içine alıyor; q_4 hepsinin dışında.



a. Her yüzeyden çıkan net $\mathbf{D}$ akısını bulunuz.

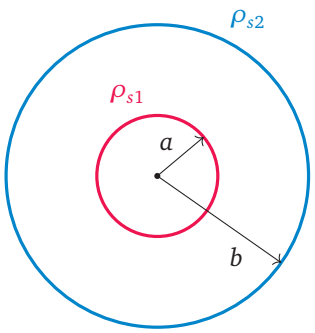
b. S_3'ten çıkan net $\mathbf{E}$ akısını bulunuz.

c. q_4, S_3'e biraz yaklaştırılırsa (yine dışında kalarak) S_3'ten çıkan akı ve S_3 üzerindeki $\mathbf{E}$ değişir mi?

Küresel simetri

3.5 ★★☆ Çözüm →

Eş merkezli iki ince küresel kabuktan içtekinin yarıçapı $a = 2$ cm, yüzeysel yük yoğunluğu $\rho_{s1} = 50\ \text{nC/m}^2$; dıştakinin yarıçapı $b = 5$ cm'dir.



a. Dış bölgede ($R > b$) alan sıfır olsun diye dış kabuğun ρ_{s2} yoğunluğu ne olmalıdır?

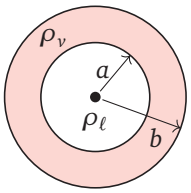
b. Bu durumda $R = 1$ cm, 3 cm ve 6 cm'deki **E**'yi bulunuz.

c. $E(R)$'nin grafiğini çiziniz. Alan nerelerde süreksizdir; süreksizliğin büyüklüğü neye eşittir?

Silindirik simetri

3.7 ★★☆ Çözüm →

Sonsuz uzun bir yapıda z ekseni üzerinde düzgün bir ρ_ℓ çizgisel yükü ve $a = 1.5\ \text{cm} < r < b = 2.5$ cm arasındaki silindirik kabukta düzgün $\rho_v = 5\ \mu\text{C/m}^3$ hacim yükü var.



a. $r > b$'de alan sıfır olsun diye ρ_ℓ ne olmalıdır?

b. Bu durumda $r < a$ ve $a < r < b$ bölgelerinde **E**'yi bulunuz.

c. $r = 0.75$ cm ve $r = 2$ cm'deki alanı hesaplayınız; alanın yönünü belirtiniz.

6. ÜNİTE

KAPASİTE

kapasite	$C = \dfrac{Q}{V}$	seri, paralel	$\dfrac{1}{C} = \sum \dfrac{1}{C_i}, \quad C = \sum C_i$
paralel plaka	$C = \dfrac{\varepsilon A}{d}$	enerji	$W_e = \frac{1}{2} C V^2 = \dfrac{Q^2}{2C} = \displaystyle\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \, \mathrm{d}v$
koaksiyel	$C = \dfrac{2\pi\varepsilon L}{\ln(b/a)}$	kuvvet, sabit Q	$F_x = -\dfrac{\partial W_e}{\partial x} = \dfrac{Q^2}{2C^2}\dfrac{\partial C}{\partial x}$
küresel	$C = \dfrac{4\pi\varepsilon a b}{b-a}$	kuvvet, sabit V	$F_x = +\dfrac{\partial W_e}{\partial x} = \dfrac{V^2}{2}\dfrac{\partial C}{\partial x}$

Boşluğun geçirgenliği $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m, bir dielektriğin geçirgenliği $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ olur. Bu ünitede kondansatör, aralarında dielektrik bulunan iki iletkendir; iletkenlerden birinde $+Q$, öbüründe $-Q$ yük bulunur ve aralarındaki gerilim V ile gösterilir. Aksi söylenmedikçe kenar etkisi (saçaklanma) ihmal edilir. Bir malzemenin dielektrik dayanımı, delinme olmadan taşıyabileceği en büyük alan şiddetidir; havanınki 3 MV/m alınır. Kuvvet formüllerinde x, cismin sanal yer değiştirmesinin doğrultusudur.

Kapasite ve temel kondansatörler

6.1 ★☆☆ Çözüm →

Hava dolu, paralel plakalı bir kondansatörün kapasitesi C'dir. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Plakalar arasındaki gerilim iki katına çıkarılırsa plakalardaki yük de iki katına çıkar; C değişmez.

B) C, plakalardaki yük arttıkça artar.

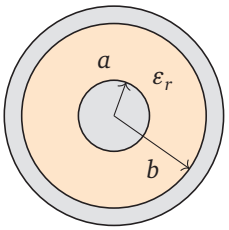
C) Plakalar arası tümüyle $\varepsilon_r = 3$ olan bir dielektrikle doldurulursa C üçte birine iner.

D) Plaka alanı da plakalar arası uzaklık da iki katına çıkarılırsa C dört katına çıkar.

E) C, plakaların yapıldığı metalin iletkenliğine bağlıdır; daha iyi iletken plakalar daha büyük kapasite verir.

6.3 ★★☆ Çözüm →

Bir koaksiyel kablonun iç iletkeninin yarıçapı $a = 0.6$ mm'dir; iletkenler arası polietilenle ($\varepsilon_r = 2.25$) doludur. Kablonun birim boy kapasitesinin $C' = 100$ pF/m olması isteniyor.



a. Dış iletkenin iç yarıçapı b ne olmalıdır?

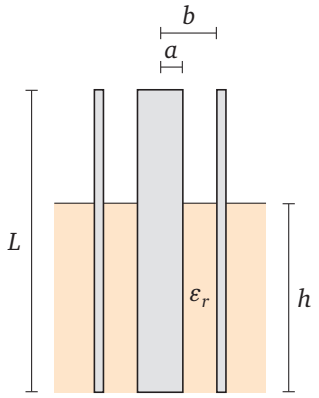
b. İletkenler arasına 2 kV uygulanınca birim boydaki yükü, $r = a$ ve $r = b$'deki alanı bulunuz. Alan neden iç iletkenin yüzeyinde en büyüktür?

c. Polietilendeki alanın 9 MV/m'yi (dayanımının yarısını) aşmaması isteniyor. Kablo en çok hangi gerilimde kullanılabilir?

Karma soru

6.14 ★★★ Çözüm →

Bir yakıt deposundaki sıvının düzeyi, düşey duran koaksiyel bir sondayla ölçülüyor: iç çubuğun yarıçapı $a = 4$ mm, dış borunun iç yarıçapı $b = 10$ mm, sondanın boyu $L = 40$ cm'dir. Sıvı ($\varepsilon_r = 2.2$, iletken değil) borunun içine dolar ve dışarıdaki düzeyle aynı h yüksekliğine çıkar. Saçaklanma ihmal edilir.



a. $C(h)$'yi bulunuz; depo boşken ve sonda tümüyle sıvıdayken kapasiteyi hesaplayınız.

b. Ölçülen kapasite 42.5 pF ise sıvı düzeyi nedir?

c. Sondaya 500 V uygulanırsa sıvıyı yukarı çeken elektriksel kuvvet nedir?

d. $h = 25$ cm ve 500 V için iç çubuğun yüzeyindeki alanı ve yüzeysel yük yoğunluğunu, havadaki ve sıvıdaki kısımlar için ayrı ayrı bulunuz.

11. ÜNİTE

FARADAY YASASI VE MAXWELL DENKLEMLERİ

Faraday	$\mathscr{V} = \oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$	süreklilik	$\nabla\cdot\mathbf{J} = -\dfrac{\partial \rho_v}{\partial t}$
hareketli devre	$\mathscr{V} = \oint_C (\mathbf{u}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l} - \int_S \dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{S}$	yükün gevşemesi	$\rho_v = \rho_{v0}\, e^{-t/\tau}, \quad \tau = \dfrac{\varepsilon}{\sigma}$
rotasyonel	$\nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	sınır koşulları	$E_{1t} = E_{2t}, \quad \hat{\mathbf{n}}_{21}\cdot(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$
			$B_{1n} = B_{2n}, \quad \hat{\mathbf{n}}_{21}\times(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$
diverjans denklemleri	$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_v, \quad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0$	potansiyeller	$\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\nabla V - \dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$

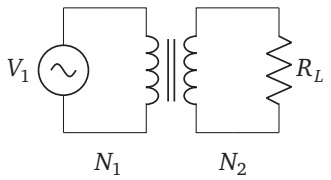
Bu ünitede $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m alınır. $\Phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$ akısında $d\mathbf{S}$'nin yönü, C eğrisinin dolaşım yönüyle sağ el kuralına göre seçilir; emk bu dolaşım yönünde pozitiftir. N sarımlı bobinde akı bağlantısı $N\Phi$'dir. Yer değiştirme akımının yoğunluğu $\mathbf{J}_d = \partial\mathbf{D}/\partial t$, iletim akımınınki $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ ile verilir. $\hat{\mathbf{n}}_{21}$ ortam 2'den ortam 1'e yönelir. Silindirik koordinatlar (r, ϕ, z), küresel koordinatlar (R, θ, ϕ) ile yazılır. Statik konulardan gereken sonuçlar, örneğin solenoidin alanı ya da kondansatörün kapasitesi, soruda verilir.

Faraday yasası ve transformatör emk'si

11.4

★☆☆ Çözüm →

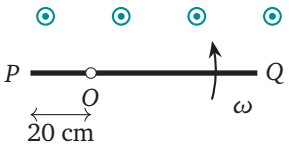
İdeal bir transformatörün birincil sargısı $N_1 = 600$, ikincil sargısı $N_2 = 90$ sarımlıdır. Birincile $V_1 = 120$ V (etkin) uygulanıyor, ikincile $R_L = 12\ \Omega$ bağlı. V_2, I_2, I_1'i, birincilden görülen direnci ve yükün gücünü bulunuz. İdeal transformatörün varsayımları nelerdir?



Hareket emk'si ve jeneratör

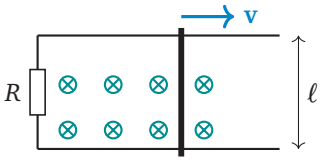
11.5 ★★☆ Çözüm →

PQ iletken çubuğunun boyu $L = 75$ cm'dir. Çubuk yatay düzlemde, P ucundan 20 cm uzaktaki O noktasından geçen düşey eksen çevresinde dakikada 120 devirle (yukarıdan bakınca saat yönünün tersine) döner. Bölgede düşey bir $\mathbf{B} = 50\ \mu\mathrm{T}\,\hat{\mathbf{z}}$ alanı vardır ($+z$ yukarı doğrudur). V_O'ya göre P ve Q uçlarının gerilimlerini ve $V_Q - V_P$'yi bulunuz. Uçlar arasında gerilim olmaması için eksen nereden geçmelidir?



11.6 ★★★ Çözüm →

Yatay, sürtünmesiz iki iletken ray arasındaki uzaklık $\ell = 25$ cm'dir; rayların bir ucu $R = 0.3\ \Omega$'luk dirençle kapatılmıştır. Kütlesi $m = 50$ g olan iletken bir çubuk raylara dik durur. Bölgede düşey $B = 0.6$ T var. Çubuğa $t = 0$'da dirençten uzaklaşan yönde $v_0 = 4$ m/s hız verilip bırakılıyor (ray ve çubuğun direnci ihmal ediliyor).



a. $t = 0$'da emk'yi, akımı ve çubuğa etkiyen kuvveti bulunuz.

b. $v(t)$'yi bulunuz.

c. Çubuk durana kadar ne kadar yol alır?

d. Dirençte açığa çıkan toplam ısıyı bulup enerji korunumunu doğrulayınız.

ÇÖZÜMLER

3 GAUSS YASASI

3.2

← Soru

a. Gauss yasasına göre net $\mathbf{D}$ akısı içerideki toplam yüke eşittir:

$$\Psi_1 = q_1 + q_2 = -3.00\ \text{nC}, \qquad \Psi_2 = q_2 + q_3 = -5.00\ \text{nC},$$

$$\Psi_3 = q_1 + q_2 + q_3 = -1.00\ \text{nC}.$$

Eksi işaret, akının net olarak yüzeye *girdiğini* gösterir.

b. Boşlukta $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\varepsilon_0$ olduğundan

$$\oint_{S_3} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{-1.00\times10^{-9}}{8.854\times10^{-12}} = -113\ \text{V·m}.$$

c. Net akı değişmez; q_4 dışarıda kaldıkça $Q_{\text{iç}}$ aynıdır. Ama S_3 üzerindeki $\mathbf{E}$ değişir: yüzeydeki alan, q_4 dâhil bütün yüklerin alanlarının toplamıdır. q_4'ün alanı yüzeyin bir yanından girer, öbür yanından çıkar; net akıya katkısı sıfırdır.

CEVAP a. -3.00 nC, -5.00 nC, -1.00 nC b. -113 V·m c. net akı değişmez; $\mathbf{E}$ değişir

3.5

← Soru

a. $R > b$'de alanın sıfır olması, içerideki toplam yükün sıfır olması demektir:

$$4\pi a^2\rho_{s1} + 4\pi b^2\rho_{s2} = 0,$$

$$\rho_{s2} = -\rho_{s1}\frac{a^2}{b^2} = -50\cdot\frac{4}{25} = -8.00\ \text{nC/m}^2.$$

b. Küresel Gauss yüzeyi. $R < a$: içeride yük yok, $\mathbf{E} = 0$. $a < R < b$: $Q_{\text{iç}} = 4\pi a^2\rho_{s1}$,

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_{s1}a^2}{\varepsilon_0 R^2}\hat{\mathbf{R}}.$$

$R = 3$ cm'de:

$$E = \frac{(50\times10^{-9})(0.02)^2}{(8.854\times10^{-12})(0.03)^2} = 2.51\ \text{kV/m}.$$

$R > b$: $Q_{\text{iç}} = 0$, $\mathbf{E} = 0$.

c. E, $R < a$'da sıfır; $R = a$'da $\rho_{s1}/\varepsilon_0 = 5.65$ kV/m'ye sıçrar; $a < R < b$'de $1/R^2$ ile azalır; $R = b$'de $\rho_{s1}a^2/(\varepsilon_0 b^2) = 0.904$ kV/m'den sıfıra iner. Süreksizlikler yüzeysel yükün bulunduğu yerlerdedir ve büyüklükleri ρ_s/ε_0'dır: $50/8.854 = 5.65$ kV/m ve $-8/8.854 = -0.904$ kV/m.

Kontrol: İç kabuğun yükü $4\pi(0.02)^2(50) = 0.251$ nC, dış kabuğunki $4\pi(0.05)^2(-8) = -0.251$ nC; toplam sıfırdır.

CEVAP a. $-8.00\ \text{nC/m}^2$ b. 0; $2.51\ \text{kV/m}\,\hat{\mathbf{R}}$; 0 c. $R = a$'da $+5.65$ kV/m, $R = b$'de -0.904 kV/m sıçrama (ρ_s/ε_0)

3.7

← Soru

a. Yarıçapı r, boyu L olan silindirik Gauss yüzeyi kullanılır. $r > b$'de alan sıfırsa, birim boydaki toplam yük sıfırdır:

$$\rho_\ell + \rho_v\pi(b^2 - a^2) = 0,$$

$$\rho_\ell = -\pi(5\times10^{-6})(6.25 - 2.25)\times10^{-4} = -6.28\ \text{nC/m}.$$

b. $D_r\,2\pi rL = Q_{\text{iç}}$:

$$r < a: \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{r}},$$

$$a < r < b: \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_\ell + \rho_v\pi(r^2 - a^2)}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{r}} = \frac{\rho_v(r^2 - b^2)}{2\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{r}}.$$

c. $r = 0.75$ cm:

$$\mathbf{E} = \frac{-6.283\times10^{-9}}{2\pi(8.854\times10^{-12})(0.0075)}\hat{\mathbf{r}} = -15.1\ \text{kV/m}\,\hat{\mathbf{r}},$$

$r = 2$ cm:

$$\mathbf{E} = \frac{(5\times10^{-6})(4 - 6.25)\times10^{-4}}{2(8.854\times10^{-12})(0.02)}\hat{\mathbf{r}} = -3.18\ \text{kV/m}\,\hat{\mathbf{r}}.$$

İkisinde de alan eksene doğrudur (içe): r yarıçaplı silindirin içinde kalan net yük eksidir.

Kontrol: $r = a$'da iki ifade aynı değeri (-7.53 kV/m) verir; hacim yükü alanı sürekli bırakır. $r = b$'de kabuk

ertansinansahin.com

ifadesi sıfırdır.

CEVAP a. -6.28 nC/m b. $\frac{\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{r}}$; $\frac{\rho_v(r^2-b^2)}{2\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{r}}$ c. -15.1 kV/m $\hat{\mathbf{r}}$; -3.18 kV/m $\hat{\mathbf{r}}$ (içe)

6 KAPASİTE

6.1

← Soru

Kapasite yalnız iletkenlerin biçimine, boyutlarına, birbirine göre konumlarına ve aradaki ortamın geçirgenliğine bağlıdır: paralel plakada $C = \varepsilon A/d$. Q ile V birbiriyle orantılı değişir, oranları sabittir. (A) doğrudur.

- (B): Q artarsa V da aynı oranda artar; $C = Q/V$ değişmez.
- (C): $C = \varepsilon_r\varepsilon_0 A/d$; dielektrik C'yi üç katına çıkarır.
- (D): A ve d birlikte iki katına çıkınca A/d değişmez; C aynı kalır.
- (E): Elektrostatikte iletkenin içinde alan sıfırdır ve iletken eş potansiyellidir; iletkenliğin değeri kapasiteye girmez.

CEVAP A

6.3

← Soru

a. $C' = 2\pi\varepsilon/\ln(b/a)$'dan

$$\ln\frac{b}{a} = \frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{C'} = \frac{2\pi(2.25)(8.854\times10^{-12})}{10^{-10}} = 1.252,$$

$$\frac{b}{a} = e^{1.252} = 3.50, \qquad b = 2.10 \text{ mm}.$$

b. $\rho_\ell = C'V = (10^{-10})(2000) = 200$ nC/m. Gauss yasasından $E = \rho_\ell/(2\pi\varepsilon r)$:

$$E(a) = \frac{2\times10^{-7}}{2\pi(2.25)(8.854\times10^{-12})(6\times10^{-4})} = 2.66 \text{ MV/m},$$

$$E(b) = E(a)\frac{a}{b} = 762 \text{ kV/m}.$$

Aynı yük, yarıçapı küçük yüzeyde daha dar bir alana yayılır: $D = \rho_\ell/(2\pi r)$, r küçüldükçe büyür. Delinme her zaman önce iç iletkenin yüzeyinde başlar.

c. $E(a) = V/[a\ln(b/a)]$ olduğundan

$$V_{\text{maks}} = E_{\text{izin}}\, a \ln\frac{b}{a},$$

$$V_{\text{maks}} = (9\times10^6)(6\times10^{-4})(1.252) = 6.76 \text{ kV}.$$

Kontrol: $\int_a^b E\,\mathrm{d}r = \frac{\rho_\ell}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a} = 2000$ V verir.

CEVAP a. $b = 2.10$ mm ($b/a = 3.50$) b. 200 nC/m; 2.66 MV/m; 762 kV/m c. 6.76 kV

6.14

← Soru

a. Sıvılı ve havalı kısımlar aynı iki iletken arasındadır, yani paraleldir. Havalı koaksiyelin birim boy kapasitesi

$$C_0' = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi(8.854\times10^{-12})}{\ln 2.5} = 60.7 \text{ pF/m},$$

$$C(h) = C_0'\big[(L-h)+\varepsilon_r h\big] = C_0'\big[L+(\varepsilon_r-1)h\big].$$

Boş: $C_0'L = 24.3$ pF. Dolu: $\varepsilon_r C_0'L = 53.4$ pF.

b. C, h ile doğrusal değişir:

$$h = \frac{C/C_0' - L}{\varepsilon_r - 1} = \frac{0.7000 - 0.40}{1.2} = 0.250 \text{ m} = 25.0 \text{ cm}.$$

c. Sabit gerilimde düşey kuvvet

$$F = \frac{V^2}{2}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}h} = \tfrac{1}{2}V^2 C_0'(\varepsilon_r - 1),$$

$$F = \tfrac{1}{2}(500)^2(60.71\times10^{-12})(1.2) = 9.11 \text{ μN}.$$

Kuvvet yukarı doğrudur (C, h ile artar) ve h'ye bağlı değildir. Sıvı sütununun ağırlığı yanında çok küçüktür; sonda düzeyi fark edilir biçimde değiştirmez.

d. Gerilim iki kısımda aynıdır; kesitteki alan da aynıdır: $E(r) = V/[r\ln(b/a)]$.

$$E(a) = \frac{500}{(0.004)\ln 2.5} = 136 \text{ kV/m}.$$

Havalı kısımda $\rho_s = \varepsilon_0 E(a) = 1.21$ μC/m^2, sıvılı kısımda $\rho_s = \varepsilon_r\varepsilon_0 E(a) = 2.66$ μC/m^2. Fazla yük sıvılı kısma toplanır; kapasitenin h ile artması bundandır.

Kontrol: (c)'deki kuvvet, kesitte enerji yoğunluğu farkının integralidir: $\int_a^b \frac{1}{2}(\varepsilon-\varepsilon_0)E^2\,2\pi r\,\mathrm{d}r = \frac{1}{2}(\varepsilon_r-1)C_0'V^2$.

CEVAP a. $C_0'[L+(\varepsilon_r-1)h]$, $C_0' = 60.7$ pF/m; 24.3 pF; 53.4 pF b. 25.0 cm c. 9.11 μN, yukarı d. 136 kV/m (ikisinde de); 1.21 ve 2.66 μC/m^2

ertansinansahin.com

11 FARADAY YASASI VE MAXWELL DENKLEMLERİ

11.4

← Soru

İdeal transformatörde çekirdeğin geçirgenliği sonsuz kabul edilir (mıknatıslama akımı sıfır), sızıntı akısı ve kayıp yoktur. Her iki sargının her sarımından aynı akı geçer; Faraday yasası $V_1/V_2 = N_1/N_2$ verir. Amper-sarım dengesi $N_1 I_1 = N_2 I_2$'dir.

$$V_2 = V_1 \frac{N_2}{N_1} = 120 \cdot \frac{90}{600} = 18.0\ \text{V}, \qquad I_2 = \frac{V_2}{R_L} = 1.50\ \text{A},$$

$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1} = 0.225\ \text{A}, \qquad R_{\text{giriş}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L = 533\ \Omega.$$

Yükün gücü $P = V_2 I_2 = 27.0$ W; birincilden çekilen güç de $V_1 I_1 = 27.0$ W'tır.

CEVAP $V_2 = 18.0$ V, $I_2 = 1.50$ A, $I_1 = 0.225$ A, $R_{\text{giriş}} = 533\ \Omega$, $P = 27.0$ W

11.5

← Soru

Çubuğun O'dan r uzaklıktaki noktasının hızı $u = \omega r$, yönü $\hat{\boldsymbol{\phi}}$'dir. $\mathbf{u} \times \mathbf{B} = \omega r B(\hat{\boldsymbol{\phi}} \times \hat{\mathbf{z}}) = \omega r B\,\hat{\mathbf{r}}$: artı yükler eksenden dışa itilir, iki uç da O'ya göre artı olur. $\omega = 2\pi(120/60) = 12.57$ rad/s.

$$V_Q - V_O = \int_0^{\ell_Q} \omega r B\,\mathrm{d}r = \frac{\omega B \ell_Q^2}{2},$$

$$V_Q - V_O = \frac{(12.57)(5\times10^{-5})(0.55)^2}{2} = 95.0\ \mu\text{V},$$

$$V_P - V_O = \frac{\omega B \ell_P^2}{2} = 12.6\ \mu\text{V}.$$

$$V_Q - V_P = \frac{\omega B}{2}(\ell_Q^2 - \ell_P^2) = 82.5\ \mu\text{V}.$$

Uçlar eşit gerilimde olsun diye $\ell_P = \ell_Q$ olmalıdır: eksen çubuğun ortasından geçmelidir. Uçtan dönen çubukta fark $\omega B L^2/2 = 177$ μV olurdu.

Kontrol: Çubuğun taradığı alandan: O–Q parçası birim zamanda $\frac{1}{2}\omega\ell_Q^2$ alan tarar; emk $B \cdot \frac{1}{2}\omega\ell_Q^2$'dir.

CEVAP $V_P - V_O = 12.6$ μV, $V_Q - V_O = 95.0$ μV, $V_Q - V_P = 82.5$ μV; eksen çubuğun ortasından

11.6

← Soru

a. Hareket emk'si $\mathscr{V} = B\ell v$, akım $I = B\ell v/R$, akım taşıyan çubuğa etkiyen manyetik kuvvet $\mathbf{F} = I\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B}$, büyüklüğü $I\ell B$, hareketin tersinedir (Lenz):

$$\mathscr{V}_0 = (0.6)(0.25)(4) = 0.600\ \text{V}, \qquad I_0 = 2.00\ \text{A},$$

$$F_0 = \frac{B^2\ell^2 v_0}{R} = 0.300\ \text{N}.$$

b. Newton: $m\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = -\frac{B^2\ell^2}{R}v$, yani $v = v_0 e^{-t/\tau}$:

$$\tau = \frac{mR}{B^2\ell^2} = \frac{(0.05)(0.3)}{(0.36)(0.0625)} = 0.667\ \text{s}.$$

c. Hızın zamana göre integrali:

$$x_\infty = \int_0^\infty v_0 e^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t = v_0\tau = 2.67\ \text{m}.$$

Hız hiçbir sonlu anda sıfır olmaz ama yol sonludur.

d. Dirençteki güç $\mathscr{V}^2/R$:

$$W_R = \int_0^\infty \frac{(B\ell v)^2}{R}\,\mathrm{d}t = \frac{B^2\ell^2 v_0^2}{R}\cdot\frac{\tau}{2} = 0.400\ \text{J}.$$

Bu, başlangıçtaki kinetik enerjiye ($\frac{1}{2}mv_0^2 = 0.400$ J) eşittir: kinetik enerjinin tamamı ısıya döner.

Sık yapılan hata: Kuvveti sabit alıp düzgün yavaşlayan hareket varsaymak. Kuvvet hızla orantılıdır; yavaşlama üstel olur.

CEVAP a. 0.600 V, 2.00 A, 0.300 N (harekete zıt) b. $v = v_0 e^{-t/\tau}$, $\tau = 0.667$ s c. 2.67 m d. 0.400 J $= \frac{1}{2}mv_0^2$

ertansinansahin.com

KİTABIN TAMAMINDA

- 11 ünite, 178 soru ve hepsinin adım adım çözümü.
- Her ünitenin başında, soruların dayandığı bağıntıları özetleyen hatırlatma kutusu.
- Temel, orta ve ileri düzeyde sorular; her sorunun altında kendi çözümünüz için noktalı alan.
- Sorudan çözüme, çözümden soruya tek tıkla geçiş.

ertansinansahin.com