MUKAVEMET 2

SORU KİTABI

ÖRNEK SAYFALAR

7 ünite · 112 soru · adım adım çözümler



Ertan Sinan Şahin

ertansinansahin.com

Bu kitap nasıl kullanılır?

- Her ünite, soruların dayandığı tanım ve formülleri özetleyen bir hatırlatma kutusuyla açılır.
- Zorluk: ★☆☆ temel ★★☆ orta ★★★ ileri. Her ünitede birkaç çoktan seçmeli kavram sorusu vardır; her ünite sınav tipi karma sorularla biter.
- Her sorunun altındaki noktalı alan sizin çözümünüz içindir. Önce kendiniz çözün; takıldığınızda hatırlatma kutusuna ve ders notuna dönün, çözüme en son bakın.
- Bütün çözümler kitabın sonundadır. Sorunun yanındaki Çözüm → bağlantısı çözüme, çözümdeki ← Soru bağlantısı soruya götürür. Kısa cevaplar **CEVAP** kutusundadır.
- **Birimler ve işaretler:** Birimler SI; gerilmeler MPa, elastisite modülleri GPa ile verilir; $g = 9.81\ \text{m/s}^2$. Normal gerilme ve şekil değiştirme çekmede pozitiftir. Eğilme momenti kirişin üst lifini bastırdığında pozitiftir. Şekillerde kuvvet ve tepkiler kırmızıdır.
- **Ortak üniteler:** Ünite 5–6 (kirişlerin analizi ve tasarımı, kirişlerde kayma gerilmeleri) *Mukavemet 1* kitabındakilerle aynıdır. Mukavemet II dersi kirişlerle başlayan okullar için buraya alınmıştır; Mukavemet I'de bu konuları işleyenler için tekrar niteliğindedir.
- **Vize ve final:** Mukavemet II çoğunlukla 2. sınıf baharda okutulur. Vize genellikle gerilme dönüşümlerini, Mohr çemberini ve bileşik yüklemeyi (Ünite 7–8), final kirişlerin çökmesini, kolonları ve enerji yöntemlerini (Ünite 9–11) kapsar. Kendi dersinizin izlencesine göre çalışacağınız üniteleri seçin.

İçindekiler

Sayfa numaraları tam kitaba aittir. Renkli üniteler bu örnekte vardır; tıklayınca o üniteye gidersiniz.

5 Kirişlerin Eğilmeye Göre Analizi ve Tasarımı ..... 18 soru 4

6 Kirişlerde ve İnce Cidarlı Elemanlarda Kayma Gerilmeleri ..... 16 soru 20

7 **Gerilme ve Şekil Değiştirme Dönüşümleri** ..... 18 soru 32

8 Verilen Yükleme Altında Asal Gerilmeler ..... 14 soru 42

9 **Kirişlerin Çökmesi** ..... 18 soru 53

10 **Kolonlar** ..... 14 soru 68

11 Enerji Yöntemleri ..... 14 soru 79

Çözümler 88

7. ÜNİTE

GERİLME VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME DÖNÜŞÜMLERİ

dönüşüm	$\sigma_{x'} = \sigma_{\text{ort}} + d\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$	Tresca	$\max\lvert\sigma_i - \sigma_j\rvert \le \sigma_Y$
	$\tau_{x'y'} = -d\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$	von Mises	$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \le \sigma_Y^2$
kısaltmalar	$\sigma_{\text{ort}} = \dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2},\ d = \dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}$	silindirik kap	$\sigma_1 = \dfrac{pr}{t},\ \sigma_2 = \dfrac{pr}{2t}$
asal gerilme	$\sigma_{1,2} = \sigma_{\text{ort}} \pm R,\ R = \sqrt{d^2+\tau_{xy}^2}$	küresel kap	$\sigma_1 = \sigma_2 = \dfrac{pr}{2t}$
asal doğrultu	$\tan 2\theta_p = \dfrac{\tau_{xy}}{d}$	şekil değiştirme	$\sigma \to \varepsilon,\ \tau_{xy} \to \gamma_{xy}/2$
en büyük kayma	$\tau_{\max} = R,\ \theta_s = \theta_p \pm 45^\circ$	45° rozet	$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c$

Normal gerilme çekmede pozitiftir. Kayma gerilmesi τ_{xy}, elemanın $+x$ yüzünde $+y$ yönünde etkidiğinde pozitiftir. Döndürme açısı θ, x ekseninden saat yönünün tersine ölçüldüğünde pozitiftir. **Mohr çemberi** kuralı: yatay eksen σ (sağa pozitif), düşey eksen τ ve τ **aşağı doğru pozitif** çizilir; x yüzü $X(\sigma_x, \tau_{xy})$, y yüzü $Y(\sigma_y, -\tau_{xy})$ noktasıdır. Bu kuralla çember üzerindeki 2θ dönmesi, elemandaki θ dönmesiyle aynı yöndedir. Şekil değiştirme çemberinde yatay eksen ε, düşey eksen $\gamma/2$'dir (aşağı pozitif). Düzlem gerilmede $\sigma_z = 0$ alınır; Tresca ölçütünde σ_i, σ_j üç asal gerilmenin (σ_z dahil) herhangi ikisidir. Aksi verilmedikçe çelik için $E = 200$ GPa, $\nu = 0.30$ alınır; ince cidarlı kaplarda r iç yarıçaptır.

Düzlem gerilme dönüşümü ve asal gerilmeler

7.1 ★☆☆ Çözüm →

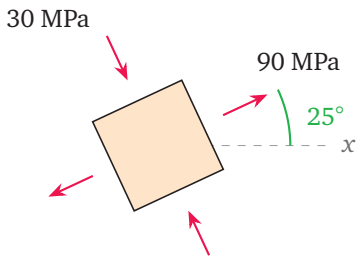
Bir noktada $\sigma_x = 70$ MPa, $\sigma_y = -30$ MPa'dır. Aynı noktada döndürülmüş bir elemanın x' yüzündeki normal gerilme $\sigma_{x'} = 50$ MPa ölçülüyor. Bu elemanın y' yüzündeki normal gerilme $\sigma_{y'}$ kaçtır?

A) 10 MPa **B)** -10 MPa **C)** -30 MPa **D)** 20 MPa **E)** θ gerekir

Düzlem gerilme için Mohr çemberi

7.6 ★★☆ Çözüm →

Bir basınçlı borunun dirseğindeki bir noktada asal gerilmeler $\sigma_1 = 90$ MPa ve $\sigma_2 = -30$ MPa'dır. σ_1 doğrultusu x ekseniyle saat yönünün tersine 25° açı yapar.



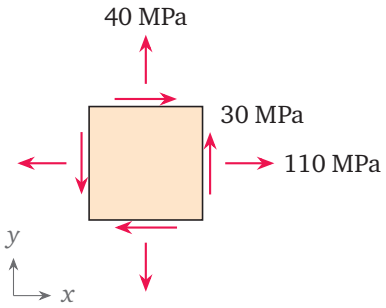
a. Mohr çemberini kullanarak x-y eksenlerine göre σ_x, σ_y ve τ_{xy}'yi bulunuz.

b. τ_{xy}'nin işaretini çemberden nasıl okuduğunuzu açıklayınız.

Üç boyutlu analiz ve akma ölçütleri

7.9 ★★☆ Çözüm →

Bir uçak kanadı kaplamasının yüzeyindeki bir noktada düzlem gerilme durumu vardır: $\sigma_x = 110$ MPa, $\sigma_y = 40$ MPa, $\tau_{xy} = 30$ MPa ($\sigma_z = 0$).



a. Asal gerilmeleri, düzlem içi en büyük kayma gerilmesini ve mutlak en büyük kayma gerilmesini bulunuz.

b. $\sigma_y = -40$ MPa olsaydı mutlak en büyük kayma gerilmesi ne olurdu? İki durumu karşılaştırınız.

9. ÜNİTE
KİRİŞLERİN ÇÖKMESİ

elastik eğri	$EI\dfrac{d^2y}{dx^2}=M(x),\ \theta=\dfrac{dy}{dx}$	konsol, uçta P	$\lvert y\rvert_{\max}=\dfrac{PL^3}{3EI},\ \lvert\theta\rvert_{\max}=\dfrac{PL^2}{2EI}$
yayılı yükle	$EI\dfrac{d^4y}{dx^4}=-w(x)$	konsol, düzgün w	$\lvert y\rvert_{\max}=\dfrac{wL^4}{8EI},\ \lvert\theta\rvert_{\max}=\dfrac{wL^3}{6EI}$
tekillik fonksiyonu	$\langle x-a\rangle^n=(x-a)^n\ \ (x\geq a)$	basit, ortada P	$\lvert y\rvert_{\max}=\dfrac{PL^3}{48EI},\ \lvert\theta\rvert_{\max}=\dfrac{PL^2}{16EI}$
integrali	$\displaystyle\int\langle x-a\rangle^n dx=\frac{\langle x-a\rangle^{n+1}}{n+1}$	basit, düzgün w	$\lvert y\rvert_{\max}=\dfrac{5wL^4}{384EI},\ \lvert\theta\rvert_{\max}=\dfrac{wL^3}{24EI}$
moment-alan I	$\theta_D-\theta_C=\displaystyle\int_C^D\frac{M}{EI}\,dx$	basit, uçta M_0	$\lvert\theta\rvert_{\text{yakın}}=\dfrac{M_0L}{3EI},\ \lvert\theta\rvert_{\text{uzak}}=\dfrac{M_0L}{6EI}$
moment-alan II	$t_{D/C}=\displaystyle\int_C^D\frac{M}{EI}(x_D-x)\,dx$		

x kiriş ekseni boyunca, y yukarı doğru pozitiftir; aşağı çökme negatif y'dir. Eğim $\theta=dy/dx$ saat yönünün tersine pozitiftir. Eğilme momenti üst lifi bastırdığında pozitiftir. Tekillik fonksiyonu $x<a$ için sıfırdır. Tablodaki değerler büyüklüktür. $t_{D/C}$, D noktasının C'deki teğete olan düşey uzaklığıdır. Aksi verilmedikçe elastisite modülü çelikte 200, alüminyumda 70, ahşapta 12 GPa alınır; kirişlerin öz ağırlığı ihmal edilir. Şekillerde çökmeler büyütülerek çizilmiştir.

İntegrasyonla elastik eğri

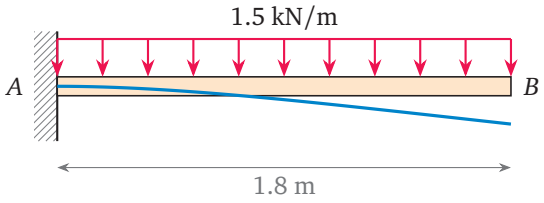
9.4 ★☆☆ Çözüm →

Bir güneş paneli dizisinin alüminyum taşıyıcı kolu 1.8 m uzunluğunda bir konsoldur ve panellerden ve kardan 1.5 kN/m düzgün yayılı yük taşır. Panellerin çatlamaması için uç çökmesi $L/180$'i geçmemelidir.

a. Ankastre uçtan ölçülen x ile elastik eğrinin denklemini integrasyonla bulunuz.

b. Gereken en küçük atalet momentini bulunuz.

c. Bu kesitte kolun orta noktasının çökmesi ne olur?



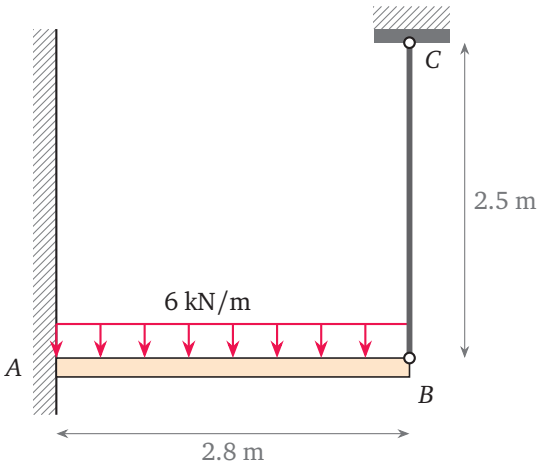
Süperpozisyon yöntemi

9.13 ★★★ Çözüm →

Bir binanın girişindeki sundurmanın çelik kirişi AB, A'da duvara ankastredir, 2.8 m uzunluğundadır ve 6 kN/m yayılı yük taşır; $I = 20 \times 10^6$ mm^4. Kirişin B ucu, üst kattaki bir konsola bağlı 2.5 m uzunluğunda, 16 mm çaplı düşey çelik bir askı çubuğuyla (BC) asılıdır. Yük gelmeden önce çubuk gergin değildir ama boşluk da yoktur.

a. Çubuktaki kuvveti ve gerilmeyi bulunuz.

b. B'nin çökmesini ve A'daki momenti bulunuz; çubuk rijit olsaydı ve hiç olmasaydı M_A ne olurdu?



9.14 ★☆☆ Çözüm →

Dikdörtgen kesitli, basit mesnetli bir kiriş düzgün yayılı w yükü taşıyor. Açıklık ve kesit yüksekliği iki katına çıkarılıyor; kesit genişliği, malzeme ve birim boydaki yük w aynı kalıyor. Orta nokta çökmesi ilk değerinin kaç katı olur?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** 1 **C)** 16 **D)** 2 **E)** 4

10. ÜNİTE

KOLONLAR

Euler kritik yükü	$P_{\text{cr}} = \dfrac{\pi^2 EI}{L_e^2}$	ankastre–mafsallı	$K = 0.7$
kritik gerilme	$\sigma_{\text{cr}} = \dfrac{\pi^2 E}{(L_e/r)^2},\ r = \sqrt{\frac{I}{A}}$	ankastre–ankastre	$K = 0.5$
etkin boy	$L_e = KL$	emniyetli yük	$P_{\text{em}} = \dfrac{P_{\text{cr}}}{\text{F.S.}}$
mafsallı–mafsallı	$K = 1$	sekant formülü	$\sigma_{\max} = \dfrac{P}{A}\left[1 + \dfrac{ec}{r^2}\sec\theta\right]$
ankastre–serbest	$K = 2$	en büyük çökme	$y_{\max} = e\,(\sec\theta - 1)$
Euler geçerliliği	$\sigma_{\text{cr}} \le \sigma_Y$		$\theta = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{P}{P_{\text{cr}}}}$

Kolonlar başlangıçta tam doğrudur, yük (aksi yazılmadıkça) kesitin ağırlık merkezinden etki eder ve malzeme doğrusal elastiktir. Kolon yükleri basma kuvveti olarak büyüklükle verilir. Kolon, narinliğin (L_e/r) en büyük olduğu düzlemde burkulur; iki düzlemde uç koşulları farklıysa ikisi de denetlenir. Şekillerde ankastre alt uç taralı zeminle, mafsallı alt uç üçgen mesnetle gösterilir. Mafsallı üst ucu, yandaki duvara dayanan makaralı mesnet yatayda tutar. Ankastre üst uç, iki yanından kılavuzlanan rijit bir başlıktır. Serbest üst uçta mesnet yoktur. Aksi verilmedikçe çelik için $E = 200$ GPa ve $\sigma_Y = 250$ MPa, alüminyum için $E = 70$ GPa ve $\sigma_Y = 240$ MPa alınır.

Kararlılık ve Euler formülü

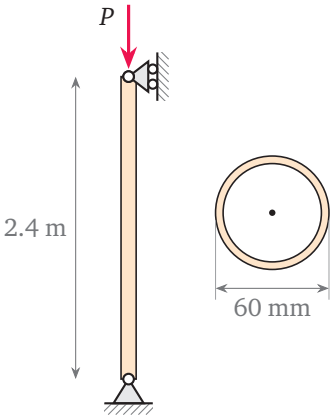
10.3 ★☆☆ Çözüm →

Bir uzay çatı sisteminin basınç çubuğu, dış çapı 60 mm, iç çapı 52 mm olan 2.4 m boyunda bir çelik borudur; iki ucu mafsallıdır.

a. Kritik yükü ve kritik gerilmeyi bulunuz. Euler formülü burada geçerli midir?

b. Emniyet katsayısı 2.5 ise çubuğa uygulanabilecek en büyük yük nedir?

c. Aynı boru için Euler formülünün geçerli olduğu en kısa boy nedir?



Uç koşulları ve etkin boy

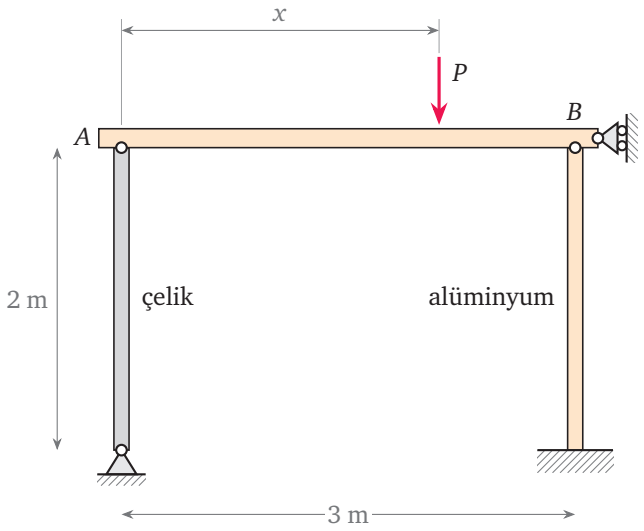
10.8 ★★★ Çözüm →

Bir depolama tankının bakım geçidinde 3 m uzunluğundaki rijit platform AB, iki dikmeye mafsalla oturur; B ucu yandaki duvara dayanan bir makarayla yanal olarak tutulmuştur. A'daki dikme 30 mm çaplı dolu çelik bir çubuktur, iki ucu mafsallıdır. B'deki dikme dış çapı 56 mm, iç çapı 46 mm olan bir alüminyum borudur; tabanı ankastre, üst ucu mafsallıdır. İki dikme de 2 m boyundadır. Platforma A'dan x uzaklıkta düşey P yükü konuyor.

a. Her dikmenin kritik yükünü bulunuz.

b. Platformun burkulmaya göre taşıyabileceği en büyük P yükünü ve bu yükün konması gereken x konumunu bulunuz.

c. Yük platformun ortasına konursa en büyük P ne olur?



ÇÖZÜMLER

7 GERİLME VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME DÖNÜŞÜMLERİ

7.1

← Soru

Dönüşüm denklemleri toplanınca $\cos 2\theta$ ve $\sin 2\theta$ terimleri sadeleşir: dik iki yüzdeki normal gerilmelerin toplamı dönmeyle değişmez.

$$\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y = 70 - 30 = 40 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{y'} = 40 - 50 = -10 \text{ MPa}.$$

B doğrudur. (A) işaret hatasıdır; (C) σ_y'nin dönmeyle değişmediği sanılırsa çıkar; (D) $\sigma_x - \sigma_{x'}$ farkıdır. (E): Toplamın değişmezliği sayesinde θ bilinmeden de sonuç bulunur.

CEVAP B

7.6

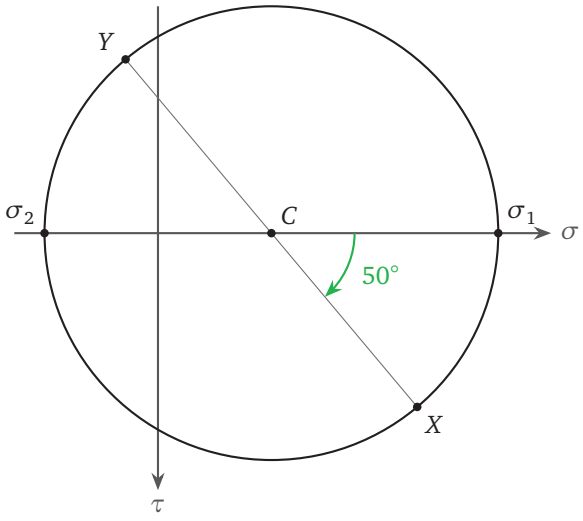
← Soru

Merkez ve yarıçap:

$$C = \frac{90 + (-30)}{2} = 30 \text{ MPa},$$

$$R = \frac{90 - (-30)}{2} = 60 \text{ MPa}.$$

x ekseni, σ_1 doğrultusundan saat yönünde $25°$ dönülerek bulunur. Çemberde de σ_1 noktasından saat yönünde $2(25°) = 50°$ dönülür; τ aşağı pozitif olduğundan X eksenin altına düşer.



a. X noktasının koordinatları ($\cos 50° = 0.6428$, $\sin 50° = 0.7660$):

$$\sigma_x = 30 + 60(0.6428) = 68.6 \text{ MPa},$$

$$\sigma_y = 30 - 60(0.6428) = -8.57 \text{ MPa},$$

$$\tau_{xy} = 60(0.7660) = 46.0 \text{ MPa}.$$

b. X noktası eksenin altında olduğundan τ_{xy} pozitiftir. Kontrol: $\tan 2\theta_p = 2(45.96)/(68.57 + 8.57) = 1.192$, $2\theta_p = 50°$.

CEVAP a. $\sigma_x = 68.6$ MPa, $\sigma_y = -8.57$ MPa, $\tau_{xy} = 46.0$ MPa b. X eksenin altında: $\tau_{xy} > 0$

7.9

← Soru

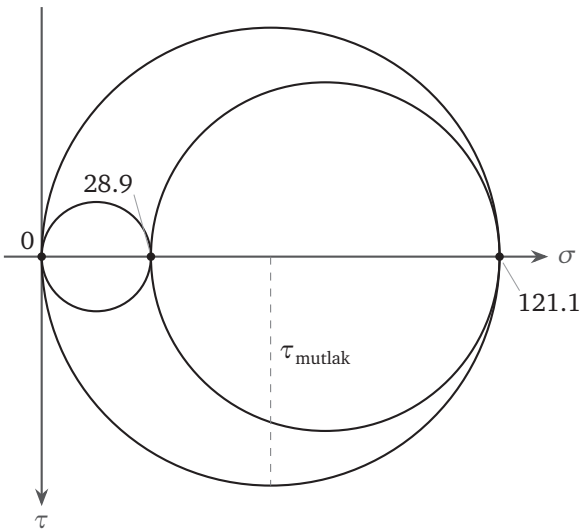
a. Düzlem içi asal gerilmeler:

$$\sigma_{\text{ort}} = 75, \quad R = \sqrt{35^2 + 30^2} = 46.10 \text{ MPa},$$

$$\sigma_a = 121.1 \approx 121 \text{ MPa}, \quad \sigma_b = 28.9 \text{ MPa},$$

$$\sigma_c = \sigma_z = 0.$$

Düzlem içi en büyük kayma $R = 46.1$ MPa'dır. Üç asal gerilme 121.1, 28.9 ve 0 olduğundan üç Mohr çemberi çizilir; en büyüğü 0 ile 121.1 arasındakidir:



$$\tau_{\text{mutlak}} = \frac{121.1 - 0}{2} = 60.5 \text{ MPa}.$$

Düzlem içi asal gerilmelerin ikisi de çekme olduğunda en büyük kayma düzlem dışındadır (σ_b doğrultusunu

ertansinansahin.com

içeren ve a ile z eksenlerine 45° eğik düzlemlerde) ve düzlem içi değerden büyüktür.

b. $\sigma_y = -40$ için:

$$\sigma_{\text{ort}} = 35, \quad R = \sqrt{75^2 + 30^2} = 80.78 \text{ MPa},$$

$$\sigma_a = 115.8 \text{ MPa}, \quad \sigma_b = -45.8 \text{ MPa}.$$

$\sigma_z = 0$ bu ikisinin arasındadır; mutlak en büyük kayma düzlem içi değere eşittir:

$$\tau_{\text{mutlak}} = R = 80.8 \text{ MPa}.$$

Asal gerilmeler zıt işaretliyse düzlem içi çember en büyük çemberdir; aynı işaretliyse $\sigma_z = 0$ noktası hesaba katılmalıdır.

CEVAP a. 121 ve 28.9 MPa; düzlem içi 46.1, mutlak 60.5 MPa b. 80.8 MPa (düzlem içi değere eşit)

9 KİRİŞLERİN ÇÖKMESİ

9.4

← Soru

a. Kesitin sağındaki yükten: $M = -w(L-x)^2/2$ (üst lif çekmede).

$$EI\,y'' = -\frac{w(L-x)^2}{2},$$

$$EI\,y' = \frac{w(L-x)^3}{6} + C_1,$$

$$EI\,y = -\frac{w(L-x)^4}{24} + C_1 x + C_2.$$

$y'(0) = 0 \Rightarrow C_1 = -wL^3/6$; $y(0) = 0 \Rightarrow C_2 = wL^4/24$:

$$y = -\frac{w}{24EI}\left[(L-x)^4 + 4L^3 x - L^4\right].$$

b. Uçta ($x = L$):

$$y_B = -\frac{w}{24EI}(3L^4) = -\frac{wL^4}{8EI}.$$

Sınır $1800/180 = 10$ mm:

$$I \geq \frac{wL^4}{8E(0.010)} = \frac{(1.5)(1.8)^4}{8(70\times10^6)(0.010)},$$

$$I_{\min} = 2.81\times10^{-6}\ \text{m}^4 = 2.81\times10^{6}\ \text{mm}^4.$$

c. $x = L/2$:

$$y = -\frac{w}{24EI}\left(\frac{L^4}{16} + 2L^4 - L^4\right) = -\frac{17}{384}\,\frac{wL^4}{EI}.$$

Uç çökmesinin $\frac{17/384}{1/8} = \frac{17}{48}$ katı: $10(17/48) = 3.54$ mm.

Orta nokta, uç çökmesinin üçte birinden biraz fazla çöker; eğrinin büyük kısmı uca yakın bölgede oluşur.

CEVAP
a. $y = -w\left[(L-x)^4 + 4L^3x - L^4\right]/(24EI)$
b. 2.81×10^6 mm^4 c. 3.54 mm (aşağı)

9.13

← Soru

Bilinmeyen çubuk kuvveti F (çekme); kiriş bir derece belirsizdir. Birimler kN, m:

$$EI = (200\times10^6)(20\times10^{-6}) = 4000\ \text{kN}\cdot\text{m}^2.$$

Çubuğun kesit alanı $A = \pi(8)^2 = 201.1$ mm^2.

Kuvvet–şekil değiştirme. Süperpozisyonla B'nin aşağı çökmesi:

$$\delta_B = \frac{wL^4}{8EI} - \frac{FL^3}{3EI} = 11.52 - 1.829\,F\ \text{(mm)},$$

($wL^4/8EI = 6(2.8)^4/32\,000 = 11.52$ mm, $L^3/3EI = 1.829$ mm/kN). Çubuğun uzaması:

$$\delta_r = \frac{FL_r}{EA} = \frac{F(2500)}{(200)(201.1)} = 0.06216\,F\ \text{(mm)}.$$

Uygunluk. Çubuk B'ye bağlıdır; B ne kadar inerse çubuk o kadar uzar:

$$11.52 - 1.829\,F = 0.06216\,F,$$

a. Çubuk kuvveti ve gerilmesi:

$$F = \frac{11.52}{1.829 + 0.06216} = 6.092 \approx 6.09\ \text{kN},$$

$$\sigma = \frac{6092}{201.1} = 30.3\ \text{MPa}.$$

b. $\delta_B = 0.06216(6.092) = 0.379$ mm (aşağı). Denge:

$$M_A = \frac{wL^2}{2} - FL = 23.52 - 6.092(2.8) = 6.46\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

Rijit çubukta $F = 3wL/8 = 6.30$ kN ve $M_A = 23.52 - 17.64 = 5.88$ kN·m; çubuksuz $M_A = 23.5$ kN·m. İnce bir askı çubuğu bile ankastre momentini üçte birin altına indirir; çubuğun esnekliği sonucu rijit mesnet durumundan yalnız %10 ayırır.

CEVAP a. $F = 6.09$ kN, $\sigma = 30.3$ MPa
b. $\delta_B = 0.379$ mm, $M_A = 6.46$ kN·m; rijit: 5.88, çubuksuz: 23.5 kN·m

ertansinansahin.com

9.14 ← Soru

$|y_C| = 5wL^4/(384EI)$ ve $I = bh^3/12$; öyleyse $|y_C| \propto L^4/h^3$:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{2^4}{2^3} = 2.$$

D doğrudur. (C) yalnız açıklığın etkisidir; (B) toplam yük wL sabit tutulsaydı (L^3/h^3) çıkardı; (E) $I \propto h^2$ sanılırsa, (A) çökme L^3 ile, I ise h^4 ile orantılı sanılırsa çıkar.

CEVAP D

10 KOLONLAR

10.3 ← Soru

Kesit özellikleri:

$$I = \tfrac{\pi}{64}\left(60^4 - 52^4\right) = 277\,264 \text{ mm}^4,$$

$$A = \tfrac{\pi}{4}\left(60^2 - 52^2\right) = 703.7 \text{ mm}^2,$$

$$r = \sqrt{I/A} = 19.85 \text{ mm}.$$

a. İki ucu mafsallı: $L_e = L = 2400$ mm.

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2(200\times10^3)(277\,264)}{(2400)^2} = 95.02\times10^3 \text{ N},$$

$$P_{\text{cr}} = 95.0 \text{ kN},$$

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{95\,020}{703.7} = 135 \text{ MPa}.$$

$135 \text{ MPa} < \sigma_Y = 250$ MPa: kolon akmadan burkulur, Euler formülü geçerlidir.

b. Emniyetli yük:

$$P_{\text{em}} = \frac{95.02}{2.5} = 38.0 \text{ kN}.$$

c. Sınır, $\sigma_{\text{cr}} = \sigma_Y$ olduğu narinliktir:

$$\frac{L}{r} = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_Y}} = \pi\sqrt{\frac{200\,000}{250}} = 88.86,$$

$$L = (88.86)(19.85) = 1764 \text{ mm} = 1.76 \text{ m}.$$

Borunun narinliği $2400/19.85 = 120.9$'dur; sınırın üstündedir. 1.76 m'den kısa bir boruda Euler yükü akma yükünü aşar; o boyda kolon burkulmadan önce akar.

CEVAP a. $P_{\text{cr}} = 95.0$ kN, $\sigma_{\text{cr}} = 135$ MPa $< \sigma_Y$, geçerli b. 38.0 kN c. 1.76 m

10.8 ← Soru

a. A dikmesi: mafsallı–mafsallı, $L_e = 2000$ mm.

$$I_A = \tfrac{\pi}{64}(30)^4 = 39\,761 \text{ mm}^4,$$

$$P_{\text{cr},A} = \frac{\pi^2(200\times10^3)(39\,761)}{(2000)^2} = 19.62 \approx 19.6 \text{ kN}.$$

B dikmesi: ankastre–mafsallı, $L_e = 0.7(2000) = 1400$ mm.

$$I_B = \tfrac{\pi}{64}\left(56^4 - 46^4\right) = 262\,963 \text{ mm}^4,$$

$$P_{\text{cr},B} = \frac{\pi^2(70\times10^3)(262\,963)}{(1400)^2} = 92.69 \approx 92.7 \text{ kN}.$$

Kontrol: $\sigma_A = 19\,620/706.9 = 27.8$ MPa, $\sigma_B = 92\,690/801.1 = 115.7$ MPa; ikisi de kendi akma dayanımının (çelik 250, alüminyum 240 MPa) altında, Euler geçerli.

b. Platform rijit ve statikçe belirlidir: $R_A = P(3-x)/3$, $R_B = Px/3$. Yük en büyük, iki dikme *aynı anda* kritik yüke ulaştığında olur:

$$P_{\max} = P_{\text{cr},A} + P_{\text{cr},B} = 19.62 + 92.69 = 112.3 \approx 112 \text{ kN}.$$

A'ya göre moment: $R_B = Px/3 = P_{\text{cr},B}$

$$x = 3\,\frac{P_{\text{cr},B}}{P_{\max}} = 3\,\frac{92.69}{112.3} = 2.48 \text{ m}.$$

Yük x'ten başka bir yere konursa dikmelerden biri önce burkulur ve P daha küçük kalır.

c. Ortada $R_A = R_B = P/2$; önce zayıf çelik dikme burkulur:

$$P = 2P_{\text{cr},A} = 2(19.62) = 39.2 \text{ kN}.$$

Yükün yeri doğru seçilirse kapasite yaklaşık üç katına çıkar.

CEVAP a. $P_{\text{cr},A} = 19.6$ kN, $P_{\text{cr},B} = 92.7$ kN b. 112 kN, $x = 2.48$ m c. 39.2 kN

ertansinansahin.com

KİTABIN TAMAMINDA

- 7 ünite, 112 soru ve hepsinin adım adım çözümü.
- Her ünitenin başında, soruların dayandığı bağıntıları özetleyen hatırlatma kutusu.
- Temel, orta ve ileri düzeyde sorular; her sorunun altında kendi çözümünüz için noktalı alan.
- Sorudan çözüme, çözümden soruya tek tıkla geçiş.

ertansinansahin.com