TYT-AYT MATEMATİK

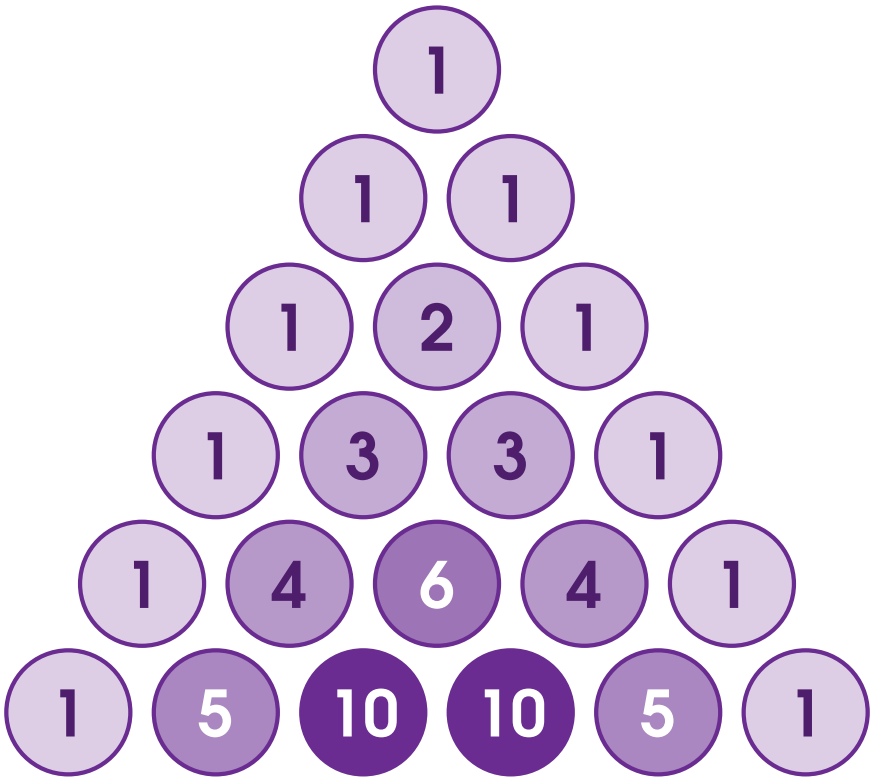
PKOB

Permütasyon · Kombinasyon · Olasılık · Binom

SORU BANKASI

312 soru · adım adım çözümler

ÖRNEK SAYFALAR



ertansinansahin.com

Bu örnekte

Kitaptan seçilmiş test sayfaları ve bu sayfalardaki soruların çözümleri: **Permütasyon — Test 3**, **Kombinasyon — Test 3 (1. sayfası)**, **Pascal Üçgeni ve Binom — Test 3 (1. sayfası)**, **Basit Olayların Olasılıkları — Test 3 (2. sayfası)**, **Basit Olayların Olasılıkları — Test 6 (1. sayfası)**, **Koşullu Olasılık — Test 3 (2. sayfası)** ve **Karma Test 5 (2. sayfası)**. Kitapta her test iki sayfadır; cevap anahtarı testin ikinci sayfasının altında ters çevrilmiş durur. Her sorunun altındaki Çözüm → bağlantısı çözüme, çözümdeki ← Soru bağlantısı soruya götürür. Zorluk ve düzey yalnız çözümlerde gösterilir: ★☆☆ kolay ★★☆ orta ★★★ zor; yanında TYT düzeyi ya da AYT düzeyi yazar.

Kitabın içindekileri

Sayfa numaraları tam kitaba aittir.

Sayma Yöntemleri ve Faktöriyel ..... 4 test · 32 soru 4

Permütasyon ..... 5 test · 40 soru 13

Kombinasyon ..... 5 test · 40 soru 24

Pascal Üçgeni ve Binom ..... 4 test · 32 soru 35

Basit Olayların Olasılıkları ..... 7 test · 56 soru 44

Koşullu Olasılık ..... 6 test · 48 soru 59

Karma Testler ..... 8 test · 64 soru 72

Çözümler 89

1. Bir bilim kulübü, logosuna yazılacak 3 harfli bir kısaltma seçecektir. Kısaltma, aşağıdaki 7 karttaki harflerden harfleri birbirinden farklı olacak şekilde oluşturulacak ve içinde en az bir sesli harf bulunacaktır. Harfleri aynı olup sırası farklı olan kısaltmalar farklı sayılmaktadır.

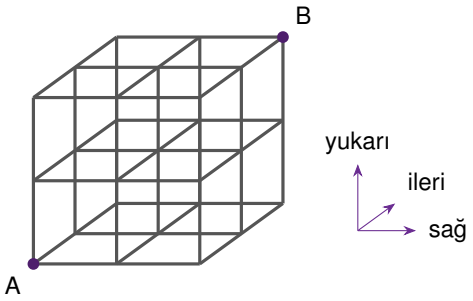
K	R	A	T	E	L	M

Buna göre, kulüp kaç farklı kısaltma oluşturabilir?

A) 90 B) 120 C) 150 D) 180 E) 210

Çözüm →

2. Bir çocuk parkındaki tırmanma kafesi, aşağıdaki gibi 8 eş küpün borularından oluşmaktadır. Bir çocuk, A köşesinden B köşesine yalnızca borular üzerinde ve her adımda bir boru boyu sağa, ileri ya da yukarı doğru ilerleyerek gidecektir.

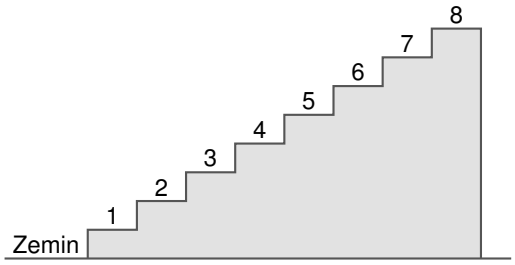


Buna göre, çocuk A'dan B'ye kaç farklı yoldan gidebilir?

A) 72 B) 90 C) 108 D) 126 E) 180

Çözüm →

3. Bir binanın girişindeki merdivenin basamakları aşağıda numaralandırılmıştır. Merdiveni zeminden çıkan Ece, her adımında ya 1 ya da 2 basamak çıkmaktadır. Adımlarının sırası farklı olan çıkışlar farklı sayılmaktadır.



Buna göre, Ece zeminden 8. basamağa kaç farklı şekilde çıkabilir?

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

Çözüm →

4. Bir matbaada, rakamları 1, 2, 3, 4 ve 5 olan ve rakamları birbirinden farklı beş basamaklı bütün seri numaraları, küçükten büyüğe doğru sırayla birer etikete basılmaktadır. İlk basılan etiketteki numara 12 345'tir.

Buna göre, 42 153 numarası kaçıncı etikete basılır?

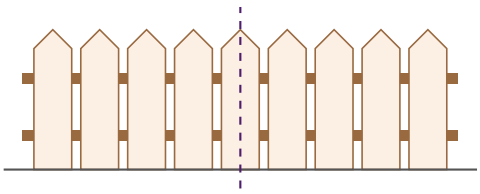
A) 72 B) 74 C) 78 D) 80 E) 90

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Bir bahçe çiti, şekildeki gibi yan yana dizili 9 tahtadan oluşmaktadır. Tahtaların 3'ü kırmızıya, 2'si maviye, 2'si yeşile, 2'si beyaza boyanacaktır. Aynı renkteki tahtalar birbirinden ayırt edilmemektedir. Çit, ortadaki tahtadan geçen kesikli çizgi boyunca katlandığında üst üste gelen tahtalar aynı renkte olacaktır.



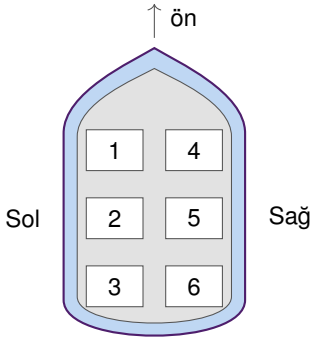
katlama çizgisi

Buna göre, çitin tahtaları kaç farklı şekilde boyanabilir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

Çözüm →

6. Bir rafting botunda şekildeki gibi sol tarafta 3, sağ tarafta 3 oturak vardır. Ali, Banu, rehber ve 3 kişi daha olmak üzere birbirinden farklı 6 kişi, her oturağa bir kişi düşecek biçimde bu oturaklara oturacaktır. Ali yalnızca sol taraftaki oturaklardan birine, Banu ile rehber ise yalnızca sağ taraftaki oturaklardan birine oturabilecektir.

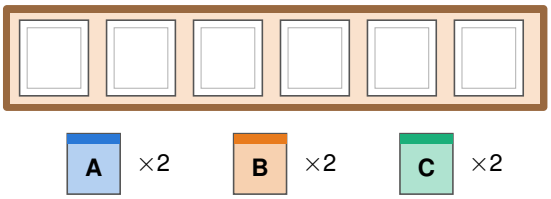


Buna göre, bu 6 kişi oturaklara kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 108 B) 144 C) 180 D) 216 E) 252

Çözüm →

7. Okul koridorundaki panoda şekildeki gibi yan yana 6 boş çerçeve vardır. A, B ve C afişlerinin ikişer kopyası, her çerçeveye bir afiş gelecek biçimde bu çerçevelere yerleştirilecektir. Aynı afişin kopyaları birbirinden ayırt edilmemektedir. Aynı afişin iki kopyası yan yana gelmeyecektir.



Buna göre, afişler çerçevelere kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

Çözüm →

8. Bir tabela atölyesinde 0, 1, 2, 3, 4 ve 5 rakamlarının her birinden yalnızca birer metal rakam vardır. Bu metal rakamların dördü yan yana dizilerek 3'e tam bölünen dört basamaklı kapı numaraları yapılacaktır.

Buna göre, kaç farklı kapı numarası yapılabilir?

A) 60 B) 72 C) 84 D) 96 E) 120

Çözüm →

ertansinansahin.com

1C 2B 3E 4D 5C 6A 7B 8D

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Bir kahve dükkânının mobil uygulamasında sade kahveye birbirinden farklı ekstralar eklenebilmektedir. Her ekstra bir içeceğe en çok bir kez eklenir; eklenen ekstraların sırası önemli değildir ve hiç ekstra eklenmemiş sade kahve de bir içecek sayılır. Uygulamanın ekranında aşağıdaki duyuru yer almaktadır.



Buna göre, bu uygulamada tam olarak 2 ekstra eklenmiş kaç farklı içecek hazırlanabilir?

A) 15 B) 21 C) 28 D) 36 E) 45

Çözüm →

2. Çember biçimli bir göletin kıyısına aralıklarla birbirinden farklı yerlerde fenerler dikilmiştir. Belediye, her iki fener arasına birer ışık zinciri germiş ve bu iş için toplam 21 zincir kullanmıştır. Köşelerinin üçü de bu fenerlerden olan üçgen biçimli bir alan, ışık zincirleriyle çevrilecektir.

Buna göre, bu biçimde kaç farklı üçgen alan oluşturulabilir?

A) 10 B) 20 C) 21 D) 28 E) 35

Çözüm →

ertansinansahin.com

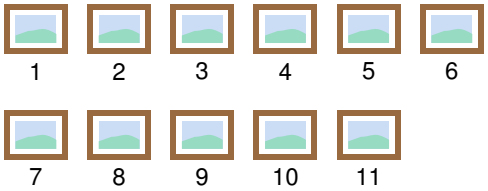
3. Bir okulun satranç kulübündeki birbirinden farklı 10 sporcu arasından il turnuvasına katılacak 5 kişilik bir takım seçilecektir. İkiz kardeşler Ece ile Ela aynı saatte başka bir yarışmada olacağı için ikisi birlikte takımda yer alamaz; ancak ikisinden biri takıma seçilebilir ya da ikisi de dışarıda kalabilir. Takımda görev dağılımı yapılmayacaktır.

Buna göre, bu takım kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 182 B) 196 C) 210 D) 224 E) 252

Çözüm →

4. Bir müzenin deposunda aşağıda gösterildiği gibi 1'den 11'e kadar numaralandırılmış, birbirinden farklı 11 tablo vardır. Müze bu tablolardan 3'ünü başka bir şehirdeki sergiye gönderecektir. Gönderilecek tablolar arasında numarası en büyük olanın 10 numaralı tablo olması istenmektedir.



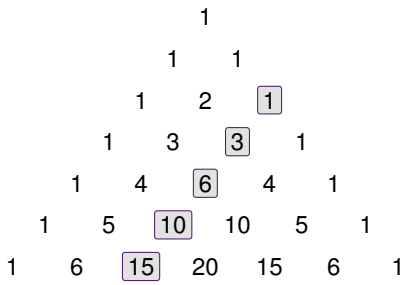
Buna göre, sergiye gönderilecek tablolar kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 18 B) 27 C) 36 D) 45 E) 54

Çözüm →

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Şekilde Pascal üçgeninin 0. satırdan 6. satıra kadarki kısmı verilmiştir; en üstteki satır 0. satırdır. Taralı sayılar aynı çapraz doğrultuda 12. satıra kadar sürdürülüyor.



Buna göre, 2. satırdan 12. satıra kadar (12. satır dahil) bütün taralı sayıların toplamı kaçtır?

A) 165 B) 220 C) 286 D) 364 E) 455

Çözüm →

2. n pozitif tam sayı olmak üzere, $(x+2)^n$ ifadesinin x'in azalan kuvvetlerine göre açılımında sondan 3. terimin katsayısı, baştan 3. terimin katsayısının 32 katıdır.

Buna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm →

3. n pozitif tam sayı olmak üzere, $(2x+1)^n$ ifadesinin açılımında x^5'li terimin katsayısı ile x^6'lı terimin katsayısı birbirine eşittir.

Buna göre, n kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm →

4. $(x+3)(x-1)^5$ çarpımı açılıp benzer terimler birleştirildiğinde x değişkenine bağlı bir polinom elde ediliyor.

Buna göre, bu açılımda x^3'lü terimin katsayısı kaçtır?

A) -20 B) -10 C) 10 D) 20 E) 30

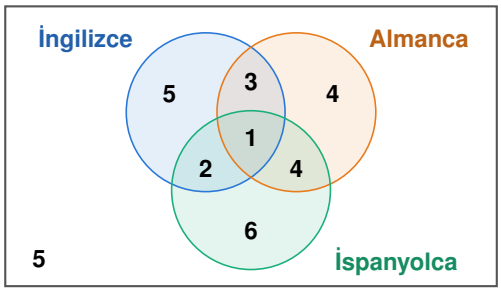
Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Bir yayınevinin bütün çalışanlarının İngilizce, Almanca ve İspanyolca dillerinden hangilerini konuşabildiği aşağıdaki şemada gösterilmiştir. Şemadaki her sayı, o bölgedeki çalışan sayısıdır.

Yayınevinin çalışanları arasından biri rastgele seçiliyor.

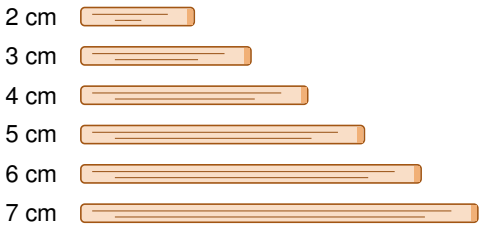


Buna göre, seçilen çalışanın bu üç dilden tam olarak ikisini konuşabilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{9}{25}$ E) $\frac{7}{30}$

Çözüm →

6. Maket atölyesindeki Ece'nin elinde uzunlukları aşağıda gösterilen altı ahşap çubuk vardır. Ece bu çubuklardan üçünü rastgele seçip uçlarından birbirine yapıştırarak bir üçgen çerçeve yapmak istiyor. Çubuklar kesilmeyecek ve bükülmeyecektir.



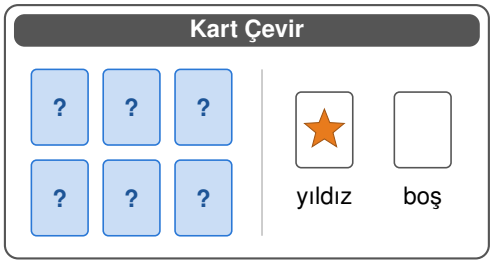
Buna göre, Ece'nin seçtiği üç çubukla bir üçgen çerçeve yapabilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{20}$ C) $\frac{9}{20}$ D) $\frac{13}{20}$ E) $\frac{17}{20}$

Çözüm →

7. Bir tablet oyununun ekranında aşağıdaki gibi dizilmiş, ters duran altı kart vardır. Oyuncu kartların hepsini çevirir. Her kartın altından yıldız ya da boş çıkma olasılığı eşittir ve kartlar birbirinden bağımsızdır.

Bir satırdaki ya da bir sütundaki kartların hepsi yıldız çıkarsa oyuncu bonus kazanır.



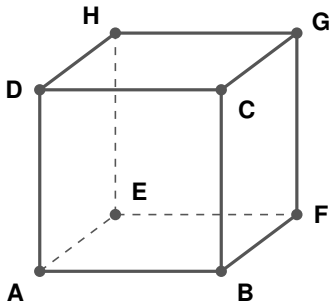
Buna göre, bu oyunu oynayan Ezgi'nin bonus kazanamama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{21}{64}$ D) $\frac{25}{64}$ E) $\frac{27}{64}$

Çözüm →

8. Bir robotik atölyesinde telden küp biçiminde bir iskelet yapılmıştır. İskeletin köşeleri aşağıdaki şekilde harflerle gösterilmiştir.

Öğrenciler bu 8 köşeden 3'ünü rastgele seçip her birine birer sensör takacaktır; köşelerin her üçlü seçimi eşit olasılıklıdır.



Buna göre, sensör takılan üç köşenin bir eşkenar üçgenin köşeleri olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{3}{14}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

1. Bir akıllı kilidin uygulaması, kurulum sırasında aşağıdaki ekranda verilen kurallara uyan bütün kodlar arasından birini rastgele seçip kullanıcıya şifre olarak atamaktadır.

Kod oluşturma kuralları

- Kod 4 haneden oluşur.
- Kodun rakamları birbirinden farklıdır.
- Kodun ilk hanesi 0 olamaz.

Kod: ☐☐☐☐

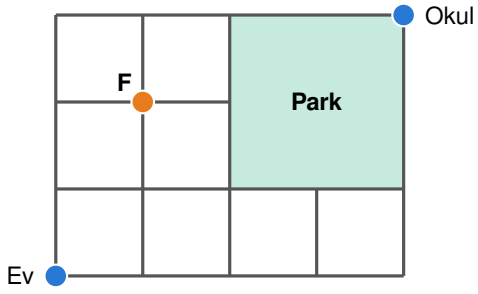
Buna göre, atanan kodun rakamlarının soldan sağa doğru artan sırada olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{28}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{1}{42}$

Çözüm →

2. Aşağıdaki haritada bir mahallenin sokakları gösterilmiştir. Haritadaki park bölgesinin içinden geçilemez.

Ece, evinden okuluna sokaklar üzerinde yalnız sağa ya da yukarı doğru yürüyerek gidebileceği bütün yollar arasından birini rastgele seçmektedir.



Buna göre, Ece'nin seçtiği yolun F kavşağından geçme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{12}{35}$ E) $\frac{18}{35}$

Çözüm →

3. Bir oyunda hilesiz bir madeni para art arda 6 kez atılır ve her atışın sonucu yazı ya da tura olarak sırayla not edilir. Oyuncu, art arda yapılan hiçbir iki atışta ikisi birden tura gelmemişse oyunu kazanır.

Örneğin, sırasıyla tura, yazı, tura, yazı, yazı, tura gelirse oyuncu kazanır.

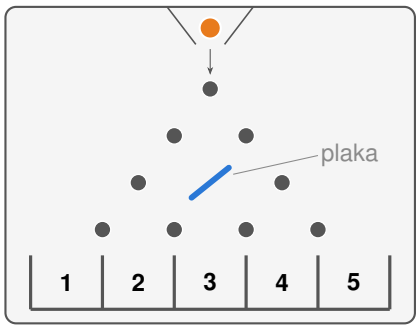
Buna göre, oyuncunun bu oyunu kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{11}{32}$ D) $\frac{17}{64}$ E) $\frac{21}{64}$

Çözüm →

4. Şekildeki oyun tahtasının tepesinden bırakılan top, bir çiviye çarptığında eşit olasılıkla sağa ya da sola sapar ve bir alt sıradaki çivilerden birine çarpar; son sıradan sonra numaralı kutulardan birine düşer.

Tahtada bir çivinin yerine eğik bir plaka konmuştur. Plakaya gelen top her zaman sola sapar.



Buna göre, topun 2 numaralı kutuya düşme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{7}{16}$

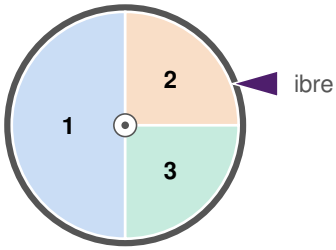
Çözüm →

ertansinansahin.com

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Bir ilkokul matematik setindeki çark, şekildeki gibi 1, 2 ve 3 numaralı üç bölgeye ayrılmıştır. 1 numaralı bölge çarkın yarısını, 2 ve 3 numaralı bölgelerin her biri ise çeyreğini kaplar. Çark çevrildiğinde ibre bölge sınırında durmaz; ibrenin bir bölgede durma olasılığı, o bölgenin çarkta kapladığı paya eşittir.

Bir öğrenci çarkı art arda iki kez çeviriyor ve ibrenin her çevirmede gösterdiği sayıyı not ediyor.



İki çevirmede gösterilen sayıların toplamının 4 olduğu bilindiğine göre, ilk çevirmede ibrenin 1'i göstermiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözüm →

6. Bir giyim mağazasının indirim sepetinde renkleri dışında özdeş 4 kırmızı ve 3 mavi tişört vardır. Bir müşteri bu sepetten rastgele ve geri koymadan art arda 3 tişört alıyor.

Buna göre, müşterinin aldığı ilk iki tişörtün aynı renkte, üçüncü tişörtün ise bunlardan farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

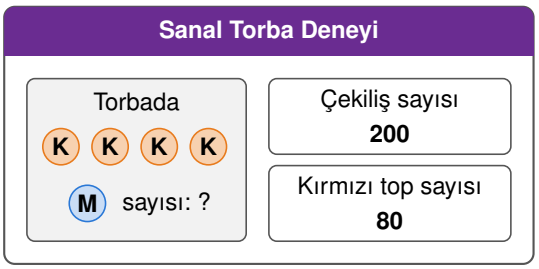
A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{6}{35}$ D) $\frac{9}{35}$ E) $\frac{11}{35}$

Çözüm →

ertansinansahin.com

7. Bir eğitim yazılımındaki sanal torbada 4 kırmızı top ve sayısı gizlenmiş mavi toplar vardır. Yazılım torbadan rastgele bir top çekip rengini kaydediyor ve topu torbaya geri koyuyor. Bu işlem art arda tekrarlandıktan sonra ekranda şekildeki sayaçlar görünüyor.

Torbadaki mavi top sayısı, kırmızı top çekmenin teorik olasılığı bu denemelerdeki deneysel olasılığa eşit olacak kadardır. Ardından yazılım aynı torbadan rastgele ve geri koymadan art arda 2 top çekiyor.

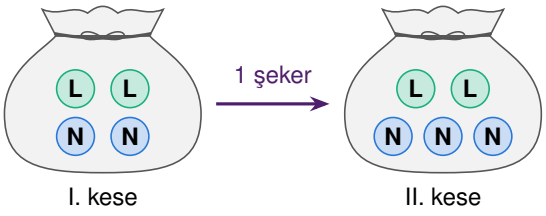


İkinci çekilen topun mavi olduğu bilindiğine göre, birinci çekilen topun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{4}{9}$

Çözüm →

8. Şekildeki I. ve II. keselerde, tatları dışında özdeş limonlu (L) ve naneli (N) şekerler vardır. Önce I. keseden rastgele bir şeker alınıp II. keseye atılıyor. Ardından II. keseden rastgele bir şeker çekiliyor.



II. keseden çekilen şekerin limonlu olduğu bilindiğine göre, I. keseden II. keseye atılan şekerin limonlu olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{7}{10}$

Çözüm →

1C 2A 3B 4C 5D 6A 7E 8C

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

5. Bir kafede Ali ile birlikte dört garson çalışmaktadır. Kafenin pazartesiden cumartesiye kadar 6 günlük nöbet çizelgesi hazırlanacak ve her gün bu garsonlardan yalnızca biri nöbet tutacaktır. Garsonların nöbet tutacağı gün sayıları aşağıdaki tabloda verilen koşulları sağlayacaktır.

Garson	Nöbet gün sayısı
Ali	tam 2
Diğer üç garsonun her biri	en az 1

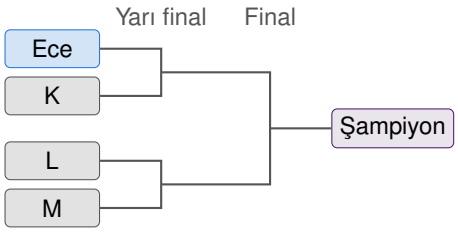
Buna göre, bu nöbet çizelgesi kaç farklı şekilde hazırlanabilir?

A) 180 B) 360 C) 540 D) 720 E) 1 080

Çözüm →

6. Bir okulun satranç kulübünde Ece ile K, L ve M ile gösterilen üç oyuncu, aşağıdaki eleme ağacına göre turnuva oynayacaktır. Yarı finali kazanan iki oyuncu finalde karşılaşır; maçlar berabere bitmez ve maç sonuçları birbirinden bağımsızdır.

Ece'nin yarı finalde K'yi yenme olasılığı $\frac{2}{3}$, L'nin yarı finalde M'yi yenme olasılığı $\frac{2}{3}$'tür. Ece'nin finalde L'yi yenme olasılığı $\frac{3}{5}$, M'yi yenme olasılığı $\frac{1}{5}$'tir.

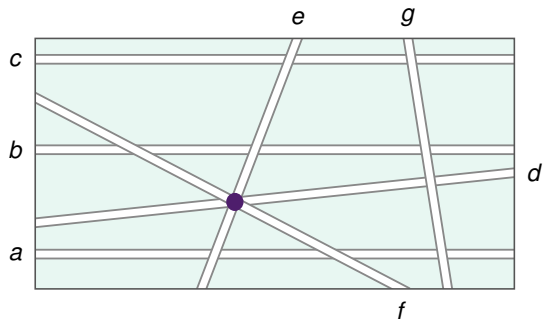


Buna göre, Ece'nin turnuvayı kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{8}{45}$ E) $\frac{14}{45}$

Çözüm →

7. Aşağıda bir şehir haritasının bir bölümü verilmiştir. Haritadaki *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* ve *g* caddeleri düzdür ve harita dışında da düz olarak uzamaktadır. *a*, *b* ve *c* caddeleri birbirine paraleldir; *d*, *e* ve *f* caddeleri haritada işaretlenen meydanda kesişmektedir. Başka paralel cadde ikilisi ya da aynı noktadan geçen başka üç cadde yoktur. İki ya da daha fazla caddenin kesiştiği her nokta bir kavşaktır.



Buna göre, bu yedi caddenin oluşturduğu kavşakların sayısı kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm →

8. x sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$$

ifadesinin açılımı yapılıyor.

Buna göre, bu açılımda x'in pozitif kuvvetini içeren terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 23 B) 58 C) 93 D) 128 E) 163

Çözüm →

ertansinansahin.com

1B 2D 3A 4B 5C 6E 7B 8C

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Çözümler

Zorluk: ★☆☆ kolay ★★☆ orta ★★★ zor

Permütasyon — Test 3

1. C 2. B 3. E 4. D 5. C 6. A 7. B 8. D

1. Verilenler ve istenen. 7 farklı harften (sesliler A ve E; sessizler K, R, T, L, M) harfleri farklı, sıralı 3 harfli kısaltmalar kuruluyor; en az bir sesli harf isteniyor. Bu koşulu sağlayan kısaltma sayısı soruluyor.

Fikir. "En az bir sesli" birçok durum içerir (bir, iki sesli). Tersini saymak kolaydır: hiç sesli olmayan kısaltmaları bütün kısaltmalardan çıkarırız.

1. Bütün kısaltmalar. Birinci harf 7, ikinci 6, üçüncü 5 biçimde seçilir: $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

2. Hiç sesli olmayanlar. Yalnız 5 sessiz harf kullanılır: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

3. Fark. $210 - 60 = 150$.

Kulüp 150 farklı kısaltma oluşturabilir.

Sağlama. Doğrudan sayalım. Tam bir sesli: sesli harfin yeri 3, sesli 2, kalan iki yere sessizler $5 \cdot 4$ biçimde: $3 \cdot 2 \cdot 20 = 120$. İki sesli: sessizin yeri 3, sessiz 5, iki sesli kalan yerlere 2 biçimde: $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$. Toplam $120 + 30 = 150$.

Dikkat: B'yi işaretleyen yalnız tam bir sesli harf içeren kısaltmaları saymış, iki sesli içeren 30 kısaltmayı unutmuştur. E'yi işaretleyen "en az bir sesli" koşulunu hiç kullanmamıştır.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

2. Verilenler ve istenen. Kafes her yönde 2 küp boyundadır. Çocuk her adımda bir boru boyu sağa, ileri ya da yukarı gider. A'dan B'ye giden yolların sayısı soruluyor.

Fikir. A'dan B'ye varmak için 2 kez sağa (S), 2 kez ileri (İ), 2 kez yukarı (Y) gitmek gerekir; geri dönüş olmadığından her yol bu 6 adımın bir sırasıdır. Yol sayısı, S, S, İ, İ, Y, Y harflerinin farklı dizilişlerinin sayısıdır.

1. Adımlar. Toplam 6 adım: 2 S, 2 İ, 2 Y.

2. Diziliş. 6 adım 6! biçimde sıralanır; aynı harflerin kendi aralarında yer değiştirmesi yolu değiştirmez:

$$\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{720}{8} = 90.$$

Çocuk A'dan B'ye 90 farklı yoldan gidebilir.

Sağlama. Önce yukarı adımların yerini 6 adımdan seçelim: $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$. Kalan 4 yerden sağ adımlarınkini seçelim: $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$. İleri adımlar kalan 2 yere gider. $15 \cdot 6 = 90$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, aynı adımların yer değiştirmesini ayıklarken bir 2! bölmesini unutmuş ve $\frac{720}{4} = 180$ bulmuştur.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

3. Verilenler ve istenen. 8 basamak, her adımda 1 ya da 2 basamak çıkılıyor; adımların sırası önemli. Zeminden 8. basamağa çıkış sayısı soruluyor.

Fikir. 2'lik adım sayısı belli olunca 1'lik adım sayısı da bellidir. Her durumda yalnız iki tür adım vardır; aynı boydaki adımlar birbirinin yerine geçince çıkış değişmez. Durumları ayırıp her birinde adımların dizilişini sayarız.

1. Durumlar. k tane 2'lik adım varsa $8 - 2k$ tane 1'lik adım vardır; $k = 0, 1, 2, 3, 4$ olabilir.

2. Her durumda diziliş. $k = 0$: sekiz 1'lik, 1 biçim. $k = 1$: bir 2'lik, altı 1'lik, 7 adım: $\frac{7!}{6!} = 7$. $k = 2$: iki 2'lik, dört 1'lik, 6 adım: $\frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$. $k = 3$: üç 2'lik, iki 1'lik, 5 adım: $\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$. $k = 4$: dört 2'lik, 1 biçim.

3. Toplam. $1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34$.

Ece 8. basamağa 34 farklı şekilde çıkabilir.

Sağlama. n. basamağa son adım 1'likse $(n-1)$.'den, 2'likse $(n-2)$.'den gelinir; çıkış sayıları toplanır. 1. basamak: 1, 2. basamak: 2, sonra 3, 5, 8, 13, 21, 34. 8. basamak için 34.

Dikkat: A'yı işaretleyen üç 2'lik adımlı durumu (10 çıkış) unutmuştur. D'yi işaretleyen, hep 1'lik ve hep 2'lik adımlı iki uç durumu saymamıştır ($34 - 1 - 1 = 32$).

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: E**

4. Verilenler ve istenen. 1-5 rakamlarının her biri bir kez kullanılarak yazılan beş basamaklı numaralar küçükten büyüğe basılıyor. 42 153'ün sırası soruluyor.

Fikir. 42 153'ün sırası, kendisinden küçük numara sayısının 1 fazlasıdır. Küçük numaraları, 42 153'ten ilk ayrıldıkları haneye göre gruplarız: baştan başlayıp her hanede daha küçük bir rakam koyarız, sonraki haneler serbest kalır.

1. Baş hane 4'ten küçük. Baş hane 1, 2 ya da 3; kalan 4 rakam $4! = 24$ biçimde: $3 \cdot 24 = 72$.

2. Baş 4, ikinci hane 2'den küçük. Kalan rakamlardan (1, 2, 3, 5) yalnız 1: $1 \cdot 3! = 6$.

3. 42 ile başlayıp üçüncü hane 1'den küçük. Yok: 0.

4. 421 ile başlayıp dördüncü hane 5'ten küçük. Kalan 3 ve 5'ten yalnız 3: 42 135, 1 numara.

5. Sıra. Küçük numara sayısı $72 + 6 + 0 + 1 = 79$; 42 153 bunlardan sonra gelir: $79 + 1 = 80$.

42 153 numarası 80. etikete basılır.

Sağlama. Sondan sayalım: toplam $5! = 120$ numara var. 42 153'ten büyükler: baş 5 olanlar 24; 43 ve 45 ile başlayanlar $2 \cdot 6 = 12$; 423 ve 425 ile başlayanlar $2 \cdot 2 = 4$; ilk dört hanesi 4, 2, 1, 5 olup bundan büyük olan yok. Büyükler $24 + 12 + 4 = 40$; sıra $120 - 40 = 80$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, baş hanesi 4'ten küçük olan $3 \cdot 4! = 72$ numarayı bulup 4 ile başlayan dalları saymadan durmuştur. B'yi işaretleyen, 4 ile başlayıp ikinci hanesi 1 olan 6 numarayı (41···) atlamış, baş haneden doğrudan 421 ile başlayanlara geçmiştir.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

5. Verilenler ve istenen. 9 tahta: 3 kırmızı (K), 2 mavi (M), 2 yeşil (Y), 2 beyaz (B); aynı renkler özdeş. Diziliş ortadaki (5.) tahtaya göre simetrik. Farklı boyama sayısı soruluyor.

Fikir. Simetride 1. ile 9., 2. ile 8., 3. ile 7., 4. ile 6. tahta aynı renktedir. Sol yarı belirlenince sağ yarı kendiliğinden belirlenir; yalnız sol yarıyı ve ortayı saymak yeter.

1. Ortadaki tahta. Eşleşen tahtalar renkleri ikişer ikişer tüketir. Sayısı tek olan tek renk kırmızıdır; bu yüzden ortadaki tahta kırmızı olmak zorundadır.

2. Sol yarının renkleri. Geriye 2 K, 2 M, 2 Y, 2 B kalır; her rengin biri sola, eşi sağa gider. Sol yarıdaki 4 tahtada K, M, Y, B birer kez bulunur.

3. Sol yarının dizilişi. Birbirinden farklı 4 renk 4 tahtaya $4! = 24$ biçimde dizilir.

Çitin tahtaları 24 farklı şekilde boyanabilir.

Sağlama. Örnek: sol yarı K, M, Y, B ise çit K M Y B K B Y M K olur; katlandığında 1-9, 2-8, 3-7, 4-6 tahtaları aynı renktedir. Sol yarının her farklı sırası farklı bir çit verir ve her simetrik çit tek bir sol yarıdan gelir; sayı yine $4! = 24$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, sağ yarı zaten sol yarının aynası olduğu hâlde sonucu bir kez daha 2'ye bölmüştür. E'yi işaretleyen, her çiti bir de sağdan okunuşuyla ikinci kez saymıştır; simetrik çit sağdan okununca yine kendisidir.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

6. Verilenler ve istenen. Solda 3, sağda 3 farklı oturak; 6 farklı kişi. Ali solda, Banu ve rehber sağda olacak. Oturma biçimlerinin sayısı soruluyor.

Fikir. Önce kimin hangi tarafa gideceğini belirleyelim, sonra her tarafta kişileri oturaklara sıralayalım.

1. Taraflara ayırma. Sağ tarafta Banu ve rehber var; üçüncü kişi Ali dışındaki 3 kişiden biridir: 3 seçenek. Kalan 2 kişi Ali ile birlikte sola gider; bu da kendiliğinden belirlenir.

2. Taraf içi sıralar. Soldaki 3 kişi 3 oturağa $3! = 6$, sağdaki 3 kişi 3 oturağa $3! = 6$ biçimde oturur.

3. Çarpma. $3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$.

Bu 6 kişi oturaklara 108 farklı şekilde oturabilir.

Sağlama. Kişileri sırayla yerleştirelim. Ali sol taraftaki 3 oturaktan birine: 3. Banu sağdaki 3 oturaktan birine: 3; rehber sağdaki kalan 2 oturaktan birine: 2. Kalan 3 kişi boş kalan 3 oturağa: $3! = 6$. Toplam $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 = 108$.

Dikkat: D'yi işaretleyen, sola gidecek iki kişiyi seçerken sıralamış, sonra taraf içinde bir kez daha sıralamıştır. B'yi işaretleyen, Banu ile rehberi sağa yerleştirip kalan 4 kişiyi serbest bırakmış, Ali'nin yalnızca solda oturabileceğini unutmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

7. Verilenler ve istenen. A, A, B, B, C, C afişleri 6 çerçeveye dizilecek; aynı harfler özdeş ve aynı harfler yan yana değil. Diziliş sayısı soruluyor.

Fikir. Bütün dizilişlerden, en az bir afiş çiftinin yan yana geldiği dizilişleri çıkaralım. Bu dizilişler birbiriyle kesiştiği için ekle-çıkar yaparız.

1. Kısıtsız diziliş. $\dfrac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \dfrac{720}{8} = 90$.

2. Bir çift yan yana. İki A'yı tek blok sayalım: blok, B, B, C, C dizilir: $\dfrac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$. B ve C için de 30; toplam $3 \cdot 30 = 90$.

3. İki çift yan yana. AA ve BB blok: blok, blok, C, C dizilir: $\dfrac{4!}{2!} = 12$. Üç farklı çift ikilisi: $3 \cdot 12 = 36$. Bunlar 2. adımda iki kez çıkarıldı, bir kez geri eklenir.

4. Üç çift yan yana. AA, BB, CC blokları: $3! = 6$. 2. adımda üç kez çıkarılıp 3. adımda üç kez eklendi; bir kez daha çıkarılır.

5. Sonuç. $90 - 90 + 36 - 6 = 30$.

Afişler çerçevelere 30 farklı şekilde yerleştirilebilir.

Sağlama. İlk afişi A alalım (B ve C ile başlayanlar simetriden aynı sayıda). İkinci yer A olamaz; B ya da C, simetriden B alalım: A B ile başlayanları sayıp 2 ile çarpacağız. Kalan A, B, C, C dört yere, komşular farklı olacak biçimde dizilir; listeleyince A B ile başlayan dizilişler ABACBC, ABCABC, ABCACB, ABCBAC, ABCBCA olmak üzere 5 tanedir. A ile başlayan $2 \cdot 5 = 10$; toplam $3 \cdot 10 = 30$.

Dikkat: C'yi işaretleyen, ekle-çıkar işleminde üç çiftin birden yan yana geldiği 6 dizilişi son adımda çıkarmayı unutmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: B**

8. Verilenler ve istenen. 0-5 rakamlarından farklı dördüyle, 3'e bölünen dört basamaklı sayılar. Bu sayıların adedi soruluyor.

Fikir. Bir sayı, rakamları toplamı 3'e bölünürse 3'e bölünür. Altı rakamın toplamı $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$'tir. Kullanılmayan iki rakamın toplamı da 3'e bölünürse kalan dördün toplamı 3'e bölünür. Rakam dörtlüsünü, dışarıda kalan ikiliden bulmak kolaydır.

1. Dışarıda kalan ikililer. Toplamı 3'ün katı olan ikililer: $\{0, 3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 5\}$, $\{2, 4\}$, $\{4, 5\}$. Beş rakam dörtlüsü elde edilir.

2. 0'ın bulunmadığı dörtlü. $\{0, 3\}$ dışarıda kalınca $\{1, 2, 4, 5\}$ kalır; dört rakam $4! = 24$ biçimde dizilir.

3. 0'ın bulunduğu dörtlüler. Kalan 4 dörtlüde 0 vardır. Dört rakamın $4! = 24$ dizilişinden 0 ile başlayan $3! = 6$ diziliş çıkarılır: $24 - 6 = 18$. Dört dörtlü için $4 \cdot 18 = 72$.

4. Toplam. $24 + 72 = 96$.

96 farklı kapı numarası yapılabilir.

Sağlama. Tümleyenle sayalım. Beş dörtlünün her biri kısıtsız $4! = 24$ biçimde dizilir: $5 \cdot 24 = 120$. Bunlardan 0 ile başlayanlar yalnız 0'lı dörtlülerde vardır: $4 \cdot 3! = 24$. Dört basamaklı olanlar $120 - 24 = 96$.

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Dikkat: E'yi işaretleyen, 0 ile başlayan dizilişlerin dört basamaklı sayı olmadığını gözden kaçırmıştır. B'yi işaretleyen, 0'ın bulunmadığı $\{1,2,4,5\}$ dörtlüsünü listeye almamıştır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: D**

Kombinasyon — Test 3

1. A 2. E 3. B 4. C

1. Verilenler ve istenen. Ekstrasız sade kahve dahil 64 farklı içecek hazırlanabiliyor. Ekstra sayısı verilmemiş; tam 2 ekstralı içecek sayısı soruluyor.

Fikir. Her içecek, ekstraların oluşturduğu kümenin bir alt kümesidir: her ekstra ya eklenir ya eklenmez. Önce alt küme sayısından ekstra sayısını, sonra 2 elemanlı alt kümeleri buluruz.

1. Ekstra sayısı. n ekstranın her biri için 2 seçenek (ekle, ekleme) vardır; içecek sayısı 2^n olur. Sade kahve boş kümeye karşılık geldiği için ayrıca çıkarılmaz: $2^n = 64$, $n = 6$.

2. Tam 2 ekstra. 6 ekstradan sırası önemsiz 2'si seçilir:

$$C(6,2) = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15.$$

Tam olarak 2 ekstra eklenmiş 15 farklı içecek hazırlanabilir.

Sağlama. Ekstralara a, b, c, d, e, f diyelim. a ile başlayan ikililer ab, ac, ad, ae, af (5), b ile başlayan yeni ikililer 4, sonra 3, 2, 1: $5+4+3+2+1 = 15$.

Dikkat: B'yi işaretleyen, sade kahveyi de ekstralardan biri sayıp 7 öğeden 2'sini seçmiştir ($C(7,2) = 21$); sade kahve boş kümedir, ekstra değildir. C'yi işaretleyen, 64'ü 2^n yerine n^2 sanıp 8 ekstra bulmuştur ($C(8,2) = 28$).

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

2. Verilenler ve istenen. Her iki fener arasında bir zincir var ve 21 zincir kullanılmış. Köşeleri fener olan üçgen sayısı soruluyor; fener sayısı verilmemiş.

Fikir. Bir zincir, iki fenerin sırasız seçimidir; zincir sayısından fener sayısını buluruz. Fenerler çember üzerinde olduğundan hiçbir üçü aynı doğru üzerinde değildir; her üç fener bir üçgen belirler.

1. Fener sayısı. n fener için zincir sayısı

$$C(n,2) = \frac{n(n-1)}{2} = 21, \text{ yani } n(n-1) = 42 = 7 \cdot 6,\ n = 7.$$

2. Üçgen sayısı. 7 fenerden sırası önemsiz 3'ü seçilir:

$$C(7,3) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35.$$

Köşeleri fener olan 35 farklı üçgen alan oluşturulabilir.

Sağlama. Her zincire üçüncü köşe olarak kalan 5 fenerden biri eklenirse $21 \cdot 5 = 105$ üçgen bulunur; her üçgen kendi 3 kenarından birer kez sayıldığı için $105/3 = 35$.

Dikkat: C'yi işaretleyen, verilen zincir sayısını (21, yani ikili seçim sayısını) cevap sanmıştır; istenen, üç fenerin seçimidir. B'yi işaretleyen, zincir sayısını $\frac{n(n+1)}{2}$ diye kurup 6 fener bulmuştur ($C(6,3) = 20$).

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: E**

3. Verilenler ve istenen. 10 sporcudan 5'i seçilecek; Ece ile Ela birlikte seçilemez. Uygun takım sayısı soruluyor.

Fikir. Kısıtsız takım sayısından Ece ile Ela'nın birlikte bulunduğu takımları çıkarırız (tümleyen).

1. Kısıtsız seçim. $C(10,5) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252.$

2. İkisinin birlikte olduğu takımlar. Ece ile Ela takıma konunca kalan 3 yer, öteki 8 sporcudan seçilir: $C(8,3) = 56$.

3. Fark. $252 - 56 = 196$.

Takım 196 farklı şekilde seçilebilir.

Sağlama. Durumlara ayıralım. İkisi de yok: $C(8,5) = 56$. Yalnız Ece ya da yalnız Ela: $2 \cdot C(8,4) = 2 \cdot 70 = 140$. Toplam $56 + 140 = 196$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, Ece ile Ela kısıtını hiç uygulamamıştır. A'yı işaretleyen, ikizler takıma konduktan sonra kalan 3 yer yerine 4 yer seçmiş ($C(8,4) = 70$), $252 - 70$ bulmuştur.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

4. Verilenler ve istenen. 11 tablodan 3'ü seçilecek ve seçilenlerin en büyük numarası 10 olacak. Seçim sayısı soruluyor.

Fikir. En büyük numara 10 ise 10 numaralı tablo mutlaka seçilir, 11 numaralı seçilmez; kalan iki tablo 10'dan küçük numaralılardan gelir.

1. Sabit tablo. 10 numaralı tablo seçime girer; 11 numaralı dışarıda kalır.

2. Kalan iki tablo. 1-9 numaralı 9 tablodan sırası önemsiz 2'si seçilir: $C(9,2) = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36$.

Sergiye gönderilecek tablolar 36 farklı şekilde seçilebilir.

Sağlama. Küçük iki numaradan büyüğüne göre sayalım: 9 ise küçüğü için 8 seçenek, 8 ise 7, . . . , 2 ise 1. Toplam $8 + 7 + \cdots + 1 = 36$.

Dikkat: D'yi işaretleyen, kalan iki tabloyu 1-10 arasından seçmiş ($C(10,2) = 45$), 10 numaralı tabloyu bir kez daha saymıştır.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

Pascal Üçgeni ve Binom — Test 3

1. C 2. E 3. A 4. D

1. Verilenler ve istenen. Taralı sayılar her satırın soldan 3. sayısıdır; n. satırda bu sayı $\binom{n}{2}$'dir. 2. satırdan 12. satıra kadar bu sayıların toplamı soruluyor.

Fikir. Pascal üçgeninde yan yana iki sayının toplamı, altlarındaki sayıyı verir: $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$. Toplamı köşegenin bir yanındaki sayıyla başlatıp bu kuralı tekrar tekrar uygularız.

1. Toplamı yazalım.

$$S = \binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \cdots + \binom{12}{2} = 1 + 3 + 6 + \cdots + 66.$$

2. İlk terimi değiştirelim. $\binom{2}{2} = 1 = \binom{3}{3}$ olduğundan $\binom{3}{3} + \binom{3}{2} = \binom{4}{3}$ olur.

3. Kuralı sürdürelim. $\binom{4}{3} + \binom{4}{2} = \binom{5}{3}$, $\binom{5}{3} + \binom{5}{2} = \binom{6}{3}$, … Her adımda üst indis bir artar; son adım $\binom{12}{3} + \binom{12}{2} = \binom{13}{3}$ olur.

4. Hesap. $S = \binom{13}{3} = \dfrac{13 \cdot 12 \cdot 11}{6} = 286.$

Taralı sayıların toplamı 286'dır.

Sağlama. Taralı sayılar
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66'dır. Toplamları
$1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35$, $21 + 28 + 36 = 85$,
$45 + 55 + 66 = 166$; $35 + 85 + 166 = 286$.

Pratik yol. Bir köşegen boyunca, en üstten başlayan sayıların toplamı, son sayının sağ altındaki sayıdır: 12. satırın taralı sayısının sağ altı, 13. satırın soldan 4. sayısı $\binom{13}{3} = 286$'dır.

Dikkat: B'yi işaretleyen, toplamı $\binom{12}{3}$ sanarak bir satır kaydırmıştır; toplam, son terimin *altındaki* satıra iner: $\binom{13}{3}$.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

2. Verilenler ve istenen. $(x+2)^n$ açılımı x'in azalan kuvvetlerine göre yazılıyor. Sondan 3. terimin katsayısı baştan 3. terimin katsayısının 32 katı. n soruluyor.

Fikir. Azalan kuvvetlere göre $(k+1)$. terim $\binom{n}{k} x^{n-k} 2^k$'dır. Baştan 3. terimde $k = 2$, sondan 3. terimde $k = n - 2$ olur. $\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2}$ olduğundan kombinasyonlar sadeleşir, yalnız 2'nin kuvvetleri kalır.

1. Baştan 3. terim. $k = 2$: katsayı $\binom{n}{2} \cdot 2^2$.

2. Sondan 3. terim. Son terim $k = n$, sondan 2. terim $k = n-1$, sondan 3. terim $k = n-2$: katsayı $\binom{n}{n-2} \cdot 2^{n-2}$.

3. Oran. $\binom{n}{n-2} = \binom{n}{2}$ olduğundan

$$\frac{\binom{n}{2} \cdot 2^{n-2}}{\binom{n}{2} \cdot 2^2} = 2^{n-4} = 32 = 2^5.$$

4. Sonuç. $n - 4 = 5$, $n = 9$.

$n = 9$'dur.

Sağlama. $(x+2)^9$'da baştan 3. terimin katsayısı $36 \cdot 4 = 144$, sondan 3. terimin katsayısı $\binom{9}{7} \cdot 2^7 = 36 \cdot 128 = 4\,608$; $4\,608 = 32 \cdot 144$.

Dikkat: C'yi işaretleyen, baştan 3. terimin katsayısındaki 2^2'yi unutarak $2^{n-2} = 32$ yazmıştır. D'yi işaretleyen, 2^2 yerine 2 almıştır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: E**

3. Verilenler ve istenen. $(2x+1)^n$ açılımında x^5 ve x^6'lı terimlerin katsayıları eşit. n soruluyor.

Fikir. $(2x+1)^n$'de x^p'li terim $\binom{n}{p}(2x)^p$'dir; katsayısı $\binom{n}{p} \cdot 2^p$. İki katsayıyı eşitleyip ardışık iki kombinasyonun oranını kullanırız: $\dfrac{\binom{n}{6}}{\binom{n}{5}} = \dfrac{n-5}{6}$.

1. Katsayılar. x^5: $\binom{n}{5} \cdot 2^5$. x^6: $\binom{n}{6} \cdot 2^6$.

2. Denklem. $\binom{n}{5} \cdot 2^5 = \binom{n}{6} \cdot 2^6$ ise $\dfrac{\binom{n}{6}}{\binom{n}{5}} = \dfrac{2^5}{2^6} = \dfrac{1}{2}$.

3. Oran. $\binom{n}{6} = \binom{n}{5} \cdot \dfrac{n-5}{6}$ olduğundan $\dfrac{n-5}{6} = \dfrac{1}{2}$.

4. Sonuç. $n - 5 = 3$, $n = 8$.

$n = 8$'dir.

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Sağlama. $(2x+1)^8$'de x^5'in katsayısı $\binom{8}{5}\cdot 32 = 56\cdot 32 = 1\,792$; x^6'nın katsayısı $\binom{8}{6}\cdot 64 = 28\cdot 64 = 1\,792$. Eşittir.

Dikkat: D'yi işaretleyen, $2x$'teki 2'nin kuvvetlerini unutup $\binom{n}{5} = \binom{n}{6}$ yazmış, $n = 11$ bulmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

4. Verilenler ve istenen. $(x+3)(x-1)^5$ çarpımında x^3'lü terimin katsayısı soruluyor.

Fikir. x^3 iki yoldan oluşur: birinci çarpandaki x ile $(x-1)^5$'in x^2'li terimi, birinci çarpandaki 3 ile $(x-1)^5$'in x^3'lü terimi. İki katkıyı ayrı ayrı bulup toplarız.

1. Genel terim. $(x-1)^5$'in genel terimi $\binom{5}{k}x^{5-k}(-1)^k$'dır.

2. x^2'li terim. $5-k=2$, $k=3$: $\binom{5}{3}(-1)^3 = -10$.

3. x^3'lü terim. $5-k=3$, $k=2$: $\binom{5}{2}(-1)^2 = 10$.

4. İki katkı. $x\cdot(-10x^2) = -10x^3$ ve $3\cdot 10x^3 = 30x^3$. Toplam $-10+30=20$.

x^3'lü terimin katsayısı 20'dir.

Sağlama. $(x-1)^5 = x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. Bunu $x+3$ ile çarpınca x^3'lü terimler $x\cdot(-10x^2)+3\cdot 10x^3 = 20x^3$ olur.

Dikkat: E'yi işaretleyen, yalnız $3\cdot 10x^3$ katkısını almış; x ile $(x-1)^5$'in x^2'li teriminin çarpımından gelen $-10x^3$'ü unutmuştur. B'yi işaretleyen ise yalnız bu $x\cdot x^2$ katkısını almış, $3\cdot x^3$ katkısını unutmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

Basit Olayların Olasılıkları — Test 3

5. B 6. D 7. D 8. B

5. Verilenler ve istenen. Şemada üç dilin çemberleri ve bölgelerdeki çalışan sayıları var; çemberlerin dışındaki 5, bu dillerin hiçbirini konuşmayanlardır. Rastgele seçilen çalışanın üç dilden tam olarak ikisini konuşma olasılığı soruluyor.

Fikir. Örnek uzay yayınevinin bütün çalışanlarıdır; çemberlerin dışında kalanlar da buna dahildir. "Tam olarak iki dil" yalnız iki çemberin ortak olup üçüncünün dışında kalan bölgelerdir; üç çemberin ortak bölgesi (üç dil) bu olaya girmez.

1. Örnek uzay. Bütün bölgelerin toplamı: $5+4+6+3+2+4+1+5 = 30$ çalışan.

2. Uygun bölgeler. İngilizce-Almanca 3, İngilizce-İspanyolca 2, Almanca-İspanyolca 4: $3+2+4=9$ çalışan.

3. Olasılık. $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

Seçilen çalışanın tam olarak iki dil konuşma olasılığı $\frac{3}{10}$'dur.

Sağlama. Çalışanları konuştukları dil sayısına göre ayıralım: hiç 5, bir dil $5+4+6=15$, iki dil 9, üç dil 1. Toplam $5+15+9+1=30$ tutar; iki dil konuşanlar 9'dur.

Dikkat: A'yı işaretleyen, üç dili konuşan 1 kişiyi de katmıştır ($\frac{10}{30}$); bu kişi tam olarak iki değil, üç dil konuşur. D'yi işaretleyen ise çemberlerin dışındaki 5 kişiyi örnek uzaydan atmıştır ($\frac{9}{25}$); seçim bütün çalışanlar arasından yapılmaktadır.

← Soru TYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: B**

6. Verilenler ve istenen. Uzunlukları 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 cm olan altı çubuktan üçü rastgele seçiliyor. Seçilen üç çubukla üçgen kurulabilme olasılığı soruluyor.

Fikir. Üç uzunluk ancak en uzunu öteki ikisinin toplamından *küçükse* bir üçgenin kenarları olur (en uzun kenar kısa iki kenarın toplamına eşitse çubuklar düz bir çizgi üzerinde kalır). Üçlüleri en uzun çubuğa göre ayırıp her durumda uygun ikilileri sayarız.

1. Örnek uzay. 6 çubuktan 3'ü: $C(6,3) = 20$ eş olası seçim.

2. En uzun çubuğa göre durumlar. Kısa iki çubuk $a<b$ olmak üzere $a+b$ en uzun çubuktan büyük olmalı:

- En uzun 4: (2, 3); 1 üçlü
- En uzun 5: (2, 4), (3, 4); 2 üçlü
- En uzun 6: (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5); 4 üçlü
- En uzun 7: (2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6); 6 üçlü

En uzun 2 ya da 3 olamaz (kısa iki çubuk bulunmaz). Uygun üçlü sayısı $1+2+4+6=13$.

3. Olasılık. $\frac{13}{20}$.

Üçgen çerçeve yapabilme olasılığı $\frac{13}{20}$'dir.

Sağlama. Tümleyen: üçgen olmayan üçlülerde en uzun, öteki ikisinin toplamına eşit ya da ondan büyüktür. Eşit olanlar (2, 3, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 7), (3, 4, 7); büyük olanlar (2, 3, 6), (2, 3, 7), (2, 4, 7): toplam 7 üçlü. $1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, en uzun çubuğun öteki ikisinin toplamına *eşit* olduğu (2, 3, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 7), (3, 4, 7) üçlülerini de üçgen saymıştır ($\frac{17}{20}$); bu çubuklar uç uca düz bir çizgi oluşturur, üçgen kapanmaz. B'yi işaretleyen, tümleyen yoldan gidip üçgen *olmayan* 7 üçlünün olasılığında durmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

7. Verilenler ve istenen. Kartlar 2 satır, 3 sütun hâlinde; her kart bağımsız olarak $\frac{1}{2}$ olasılıkla yıldız, $\frac{1}{2}$ olasılıkla boş çıkıyor. Tamamı yıldız olan hiçbir satır ve hiçbir sütun olmaması, yani bonus kazanılmaması olasılığı soruluyor.

Fikir. Altı kartın sonuçları $2^6 = 64$ eş olası tablo verir. Bonus olmayan tabloları sayarken her sütunu tek bir birim olarak düşünürüz: önce sütun koşulunu sağlayan tabloları kurar, sonra bunların içinden bir satırı tamamen yıldız olanları çıkarırız.

1. Örnek uzay. $2^6 = 64$ eş olası tablo.

2. Hiçbir sütun tamamen yıldız değil. Bir sütunun (üst kart, alt kart) sonucu yıldız-yıldız olmamalı; geriye boş-boş, yıldız-boş, boş-yıldız kalır: her sütun için 3 seçenek. Üç sütun için $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ tablo.

3. Bunlardan bir satırı tamamen yıldız olanlar. Üst satırın tamamı yıldız ise her sütun yıldız-boş olmak zorundadır: 1 tablo. Alt satır için de 1 tablo (her sütun boş-yıldız). İki satır birlikte tamamen yıldız olamaz, çünkü o zaman sütunlar da tamamen yıldız olurdu. Çıkarılacak tablo sayısı $1 + 1 = 2$.

4. Olasılık. Bonus olmayan tablolar $27 - 2 = 25$; olasılık $\frac{25}{64}$.

Ezgi'nin bonus kazanamama olasılığı $\frac{25}{64}$'tür.

Sağlama. Olaylarla gidelim. S: tamamı yıldız bir satır var; T: tamamı yıldız bir sütun var. $P(S) = \frac{8}{64} + \frac{8}{64} - \frac{1}{64} = \frac{15}{64}$ (iki satır birlikte de olabilir). $P(T) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{37}{64}$. S ile T'nin birlikte olduğu tablolar: üst satır tamamen yıldız, alt satır tamamen yıldız değil ve alt satırda en az bir yıldız var: $7 - 1 = 6$; alt satır için de 6; iki satır birden yıldız: 1. Toplam 13, yani $P(S \cap T) = \frac{13}{64}$. $P(S \cup T) = \frac{15 + 37 - 13}{64} = \frac{39}{64}$ ve $1 - \frac{39}{64} = \frac{25}{64}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, $P(S)$ ile $P(T)$'yi toplayıp 1'den çıkarmıştır ($1 - \frac{52}{64} = \frac{3}{16}$); oysa bir satır ile bir sütun ortak bir kartta kesiştiğinden ikisi birlikte tamamen yıldız olabilir ve bu tablolar iki kez çıkarılmıştır. E'yi işaretleyen ise yalnız sütun koşulunda kalmış ($\frac{27}{64}$), bu 27 tablonun ikisinde bir satırın tamamen yıldız olduğunu ve bonus kazanıldığını gözden kaçırmıştır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: D**

8. Verilenler ve istenen. Küpün 8 köşesinden 3'ü rastgele seçiliyor; her üçlü eş olası. Seçilen üç köşenin bir eşkenar üçgen oluşturma olasılığı soruluyor.

Fikir. Küpün iki köşesi arasındaki uzaklık üç türlüdür: ayrıt (a), yüz köşegeni ($a\sqrt{2}$) ve cisim köşegeni ($a\sqrt{3}$). Eşkenar üçgenin üç kenarı eşit olmalı; üç köşeyi ikişer ikişer bir ayrıt ya da bir cisim köşegeniyle bağlamak olanaksızdır, bu yüzden kenarların üçü de yüz köşegenidir. Üçlüleri kenar türlerine göre sınıflarız.

1. Örnek uzay. $C(8, 3) = 56$ eş olası üçlü.

2. Eşkenar üçgenler. A köşesini düşünelim. A'ya yüz köşegeniyle bağlı köşeler C, F ve H'dir; bu üç köşe de birbirine yüz köşegeniyle bağlıdır. Yani CFH üçgeni eşkenardır ve A'nın "karşısındaki" üçgendir. Her köşenin karşısında böyle tek bir eşkenar üçgen vardır. Tersine, her eşkenar üçgenin üç köşesine de yüz köşegeniyle bağlı tek bir köşe vardır (CFH için yalnız A). Köşeler ile eşkenar üçgenler böylece birebir eşleşir: 8 köşe, 8 eşkenar üçgen.

3. Olasılık. $\frac{8}{56} = \frac{1}{7}$.

Sensör takılan üç köşenin eşkenar üçgen oluşturma olasılığı $\frac{1}{7}$'dir.

Sağlama. 56 üçlüyü kenar türüne göre ayıralım. Bir yüz üzerindeki üç köşe (iki ayrıt, bir yüz köşegeni) her yüzde 4 tane: $6 \cdot 4 = 24$. Bir cisim köşegeninin iki ucuna eklenen üçüncü köşe (ayrıt, yüz köşegeni, cisim köşegeni): 4 cisim köşegeni $\times$ 6 köşe = 24. Kalan $56 - 24 - 24 = 8$ üçlü, üç kenarı da yüz köşegeni olan eşkenar üçgenlerdir.

Dikkat: D'yi işaretleyen, her köşeden çıkan üç yüz köşegeninden ikisini seçerek köşe başına $C(3, 2) = 3$ üçgen saymış ve $8 \cdot 3 = 24$ bulmuştur ($\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$); oysa bu sayımda her eşkenar üçgen üç köşesinin her birinden bir kez, toplam üç kez sayılır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: B**

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Basit Olayların Olasılıkları — Test 6

1. C 2. A 3. E 4. B

1. Verilenler ve istenen. Kod 4 haneli; rakamları birbirinden farklı ve ilk hanesi 0 değil. Uygulama bu kurallara uyan kodlardan birini rastgele seçiyor. Seçilen kodun rakamlarının soldan sağa artan sırada olma olasılığı soruluyor.

Fikir. Kurallara uyan bütün kodlar eş olasıdır; olasılık, artan kodların sayısının bütün kodların sayısına oranıdır. Artan kodu saymak için şu gözlem yeter: dört farklı rakam seçilince bunları artan sırada dizmenin tek yolu vardır. Yalnız 0 seçilirse artan dizilişte başa gelir; bu yüzden ilk hane kuralı artan kodlarda 0'ı tümden dışarıda bırakır.

1. Bütün kodlar. İlk hane 0 olamayacağından 9 seçenek vardır. İkinci haneye ilk hanede kullanılmayan 9 rakam (0 dâhil), üçüncüye 8, dördüncüye 7 rakam kalır: $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4\,536$ kod.

2. Artan kodlar. Artan bir kodda en küçük rakam ilk hanededir. 0 kullanılsaydı ilk haneye gelirdi; bu yasak olduğundan rakamlar 1-9 arasından seçilir. 9 rakamdan 4'ü $C(9,4) = 126$ yolla seçilir ve her seçim tek bir artan kod verir: 126 kod.

3. Olasılık. $\dfrac{126}{4\,536} = \dfrac{1}{36}$.

Atanan kodun rakamlarının artan sırada olma olasılığı $\dfrac{1}{36}$'dır.

Sağlama. Bütün kodları ilk hanedeki rakamın 0 içerip içermemesine göre ikiye ayıralım. 0 içermeyen kodlar $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3\,024$ tanedir; bunlar 126 rakam dörtlüsünün her birinin $4! = 24$ dizilişidir ve her dörtlünün tam bir dizilişi artandır. 0 içeren kodlar $4\,536 - 3\,024 = 1\,512$ tanedir ve hiçbiri artan olamaz. Artan kod $3\,024 : 24 = 126$ tane; oran yine $\dfrac{126}{4\,536} = \dfrac{1}{36}$.

Pratik yol. 0'sız bir dörtlünün 24 dizilişinden biri artandır; ama bütün kodların yalnız $\dfrac{3\,024}{4\,536} = \dfrac{2}{3}$'ü 0'sızdır. Olasılık $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{24} = \dfrac{1}{36}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, her rakam dörtlüsünün 24 dizilişinden biri artan diye $\dfrac{1}{24}$ bulmuştur; 0 içeren dörtlülerin artan dizilişi kural gereği hiç kod olamadığından bu dörtlüler oranı düşürür.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: C**

2. Verilenler ve istenen. Ece evden okula yalnız sağa ya da yukarı yürüyor; parkın içindeki sokaklar kullanılamıyor. Bu biçimdeki bütün yollar eş olası. Seçilen yolun F kavşağından geçme olasılığı soruluyor.

Fikir. Olasılık, F'den geçen yolların sayısının bütün yolların sayısına oranıdır. Park, tam ızgaradaki yol sayısını bozduğu için yolları tek formülle değil, okula hangi sokaktan varıldığına göre ayırarak sayarız.

1. Bütün yollar: okula iki giriş. Okul parkın sağ üst köşesindedir. Okula ya parkın sağındaki sokaktan aşağıdan ya parkın üstündeki sokaktan soldan varılır.

Sağdan varanlar. Bu yollar parkın sağ alt köşesine (Ev'in 4 sağı, 1 yukarısı) varır, oradan dosdoğru yukarı çıkar. O köşeye ya en alttaki sokağın sağ ucundan (1 yol) ya da hemen solundaki kavşaktan (Ev'den 3 sağ, 1 yukarı: $C(4,1) = 4$ yol) gelinir: $1 + 4 = 5$ yol.

Üstten varanlar. Bu yollar parkın sol üst köşesine (Ev'in 2 sağı, 3 yukarısı) varır, oradan dosdoğru sağa gider. O köşeye park dışındaki tam ızgarada $C(5,2) = 10$ yol vardır.

Bütün yollar: $5 + 10 = 15$.

2. F'den geçen yollar. F, Ev'in 1 sağı ve 2 yukarısıdır; Ev'den F'ye $C(3,1) = 3$ yol vardır. F'den okula ya hemen yukarı çıkıp en üst sokaktan sağa gidilir ya da bir sağa gidip parkın sol kenarından yukarı çıkılır; parkın içine girilemediği için başka yol yoktur: 2 yol. F'den geçen yollar $3 \cdot 2 = 6$.

3. Olasılık. $\dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$.

Ece'nin yolunun F'den geçme olasılığı $\dfrac{2}{5}$'tir.

Sağlama. Kavşaklara Ev'den gelen yol sayılarını yazalım (her kavşak, solundaki ve altındaki kavşağın sayılarının toplamını alır; parkın içinden sayı geçmez). En alt sıra 1, 1, 1, 1, 1; ikinci sıra 1, 2, 3, 4, 5; üçüncü sıra 1, 3, 6 ve parkın sağ kenarında 5; en üst sıra 1, 4, 10, 10, 15. Okulun sayısı 15 çıkar. F'nin sayısı 3'tür; F'den sonra 2 yol kalır: $\dfrac{3 \cdot 2}{15} = \dfrac{2}{5}$.

Dikkat: B'yi işaretleyen, her kavşakta iki yönden birinin yarı yarıya seçildiğini varsaymıştır; oysa bütün yollar eş olasıdır ve kavşaktaki seçimler eş olası değildir.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

3. **Verilenler ve istenen.** Hilesiz para 6 kez atılıyor; sonuçların sırası önemli. Hiçbir iki ardışık atışta iki tura yoksa oyuncu kazanıyor. Kazanma olasılığı soruluyor.

Fikir. Her atış iki sonuçlu ve eş olası olduğundan $2^6 = 64$ sonuç dizisi eş olasıdır. Kazandıran dizileri tura sayısına göre ayırıp sayarız: turalar yan yana gelmeyeceği için önce yazılar dizilir, turalar yazıların arasındaki ve uçlarındaki boşluklara birer birer yerleştirilir.

1. Örnek uzay. $2^6 = 64$ dizi.

2. Tura sayısına göre kazandıran diziler. k tura varsa $6-k$ yazı vardır. $6-k$ yazının arasında ve iki ucunda $7-k$ boşluk oluşur; k tura bu boşluklardan k tanesine birer tane girer.

$k = 0$: hepsi yazı, 1 dizi.

$k = 1$: 5 yazı, 6 boşluk: $C(6,1) = 6$ dizi.

$k = 2$: 4 yazı, 5 boşluk: $C(5,2) = 10$ dizi.

$k = 3$: 3 yazı, 4 boşluk: $C(4,3) = 4$ dizi.

$k \geq 4$: 2 yazının 3 boşluğuna 4 tura sığmaz, dizi yok.

Toplam $1 + 6 + 10 + 4 = 21$ dizi.

3. Olasılık. $\frac{21}{64}$.

Oyuncunun kazanma olasılığı $\frac{21}{64}$'tür.

Sağlama. Atış sayısını birer birer artıralım. n atışlık kazandıran dizi, ya yazıyla biter (önündeki $n-1$ atış kazandıran herhangi bir dizi) ya da *yazı, tura* ile biter (önündeki $n-2$ atış kazandıran herhangi bir dizi). 1 atışta 2, 2 atışta 3 dizi vardır (Y yazı, T tura olmak üzere YY, YT, TY). Sonrası $3+2=5$, $5+3=8$, $8+5=13$, $13+8=21$. 6 atışta 21 dizi: $\frac{21}{64}$.

Dikkat: B'yi işaretleyen, hiç tura gelmeyen diziyi saymayı unutmuştur ($\frac{20}{64} = \frac{5}{16}$); altı atışın hepsinin yazı geldiği dizide ardışık iki tura olmadığından oyuncu bu dizide de kazanır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: E**

4. **Verilenler ve istenen.** Tahtada 4 sıra çivi var. Top her çivide $\frac{1}{2}$ olasılıkla sağa, $\frac{1}{2}$ olasılıkla sola sapıyor; yalnız üçüncü sıranın ortasındaki plakada her zaman sola gidiyor. Topun 2 numaralı kutuya düşme olasılığı soruluyor.

Fikir. Topun izlediği yollar eş olası değildir: plakadan geçen bir yolda yalnız 3 kez eşit olasılıklı sapma olur, plakaya uğramayan yolda 4 kez. Bu yüzden yolları saymak yetmez; her yolun olasılığını çarpımla bulup 2 numaralı kutuya giden yolların olasılıklarını toplarız. Yolları plakaya uğrayıp uğramamalarına göre ayırırız.

1. Plakaya uğramayan yollar. 2 numaralı kutuya düşmek için top toplam 3 kez sola, 1 kez sağa sapmalıdır. İlk iki çivide birer kez sağa ve sola sapan top plakaya gelir; o hâlde plakaya uğramayan yolda ilk iki sapma da soladır. Sonra üçüncü sıranın en soldaki çivisinde ve dördüncü sırada bir kez sağa, bir kez sola sapar: *sol, sol, sağ, sol* ve *sol, sol, sağ, sol*. Her biri $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$; toplam $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

2. Plakadan geçen yollar. Top ilk iki çivide bir kez sağa, bir kez sola saparsa plakaya gelir: *sağ, sol* ya da *sol, sağ*, olasılık $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Plaka topu sola gönderir; top dördüncü sıranın soldan ikinci çivisine çarpar. Buradan sola saparsa 2 numaralı kutuya düşer: $\frac{1}{2}$. Bu durumun olasılığı $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

3. Toplam. $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$.

Topun 2 numaralı kutuya düşme olasılığı $\frac{3}{8}$'dir.

Sağlama. Bütün kutuların olasılıklarını aynı yolla bulalım. 1 numara: dört kez sola, $\frac{1}{16}$. 3 numara: plakaya gelip son çivide sağa sapan $\frac{1}{4}$, plakaya uğramadan (ilk iki sapma sağ) iki kez sola sapan $\frac{1}{16}$, ilk iki sapma sol ve sonra iki kez sağa $\frac{1}{16}$: toplam $\frac{3}{8}$. 4 numara: ilk iki sapma sağ, sonra bir sağ bir sol, $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$. 5 numara: $\frac{1}{16}$. Toplam $\frac{1}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 1$; dağılım tutarlıdır.

Dikkat: D'yi işaretleyen, yalnız plakanın altındaki çivide sola sapan topları ($\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$) saymış, son sıranın en soldaki çivisinden sağa sapıp 2 numaralı kutuya düşen topu ($\frac{1}{16}$) atlamıştır; A'yı işaretleyen ise plakayı hiç hesaba katmamıştır ($\frac{4}{16}$).

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: B**

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Koşullu Olasılık — Test 3

5. D 6. A 7. E 8. C

5. Verilenler ve istenen. Bir çevirmede 1 gelme olasılığı $\frac{1}{2}$, 2 ve 3 gelme olasılıklarının her biri $\frac{1}{4}$'tür; iki çevirme birbirini etkilemez. Toplamın 4 olduğu bilindiğine göre ilk sonucun 1 olma olasılığı soruluyor.

Fikir. Koşul, toplamı 4 olan sıralı ikililerle örnek uzayı daraltır. Bu ikililer eş olası değildir; her birinin olasılığı iki çevirmenin olasılıklarının çarpımıdır.

1. Koşulu sağlayan sonuçlar. Toplamı 4 olan sıralı ikililer: $(1,3)$, $(3,1)$, $(2,2)$.

2. Olasılıkları. $P(1,3) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, $P(3,1) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, $P(2,2) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$. Toplamın 4 olma olasılığı $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16} = \frac{5}{16}$.

3. Koşullu olasılık. Bunlardan ilk sonucu 1 olan yalnız $(1,3)$'tür: $\frac{1/8}{5/16} = \frac{2}{5}$.

İlk çevirmede ibrenin 1'i göstermiş olma olasılığı $\frac{2}{5}$'tir.

Sağlama. Yarım bölgeyi iki çeyreğe bölersek çark dört eş çeyrekten oluşur: 1, 1, 2, 3. İki çevirmede $4\cdot 4 = 16$ eş olası sıralı çeyrek ikilisi vardır. Toplamı 4 olanlar: iki "1" çeyreğinin her biri ile 3 (2 ikili), 3 ile iki "1" çeyreğinin her biri (2 ikili) ve $(2,2)$ (1 ikili); toplam 5. İlki 1 olan 2 tanedir: $\frac{2}{5}$.

Pratik yol. Ağırlıkları $\frac{1}{16}$ biriminde yazın: $(1,3)$ 2 birim, $(3,1)$ 2 birim, $(2,2)$ 1 birim. İstenen $\frac{2}{2+2+1} = \frac{2}{5}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, toplamı 4 veren üç sonucu eş olası saymıştır ($\frac{1}{3}$); 1 numaralı bölge yarım daire olduğundan 1 içeren sonuçlar $(2,2)$'nin iki katı olasılıklıdır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: D**

6. Verilenler ve istenen. Sepette 4 kırmızı (K) ve 3 mavi (M) tişört var; 3 tişört geri koymadan sırayla alınıyor. İlk ikisinin aynı renkte, üçüncünün farklı renkte olma olasılığı soruluyor.

Fikir. İstenen olay iki ayrık durumdan oluşur: K, K, M ve M, M, K. Her durumun olasılığı, her çekilişte kalan tişörtlere göre yazılan olasılıkların çarpımıdır; sonra iki durum toplanır.

1. K, K, M. $\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5} = \frac{36}{210}$.

2. M, M, K. $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5} = \frac{24}{210}$.

3. Toplam. $\frac{36}{210}+\frac{24}{210} = \frac{60}{210} = \frac{2}{7}$.

İlk iki tişörtün aynı, üçüncünün farklı renkte olma olasılığı $\frac{2}{7}$'dir.

Sağlama. Tişörtleri ayırt edilir sayarsak sıralı 3'lü seçim $7\cdot 6\cdot 5 = 210$ tanedir. K, K, M: $4\cdot 3\cdot 3 = 36$; M, M, K: $3\cdot 2\cdot 4 = 24$. $\frac{36+24}{210} = \frac{2}{7}$.

Dikkat: C'yi işaretleyen yalnız K, K, M durumunu hesaplamıştır ($\frac{6}{35}$); ilk iki tişört mavi, üçüncüsü kırmızı da olabilir. B'yi işaretleyen yalnız ilk iki tişörtün aynı renkte olma olasılığını ($\frac{3}{7}$) bulmuş, üçüncü çekilişi hesaba katmamıştır.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★☆ **Cevap: A**

7. Verilenler ve istenen. 200 çekilişin 80'inde kırmızı top gelmiş; torbada 4 kırmızı ve n mavi top var. Teorik olasılık deneysel olasılığa eşit alınarak n bulunacak. Sonra geri koymadan iki top çekiliyor; ikincinin mavi olduğu bilindiğinde birincinin kırmızı olma olasılığı soruluyor.

Fikir. Önce deneysel olasılıktan torbanın içeriğini kurarız. Sonra koşul ikinci çekilişte olduğu için ağacı ters yönde okuruz: (birinci K, ikinci M) dalının olasılığını, ikincinin M olma olasılığına böleriz.

1. Deneysel olasılık. $\frac{80}{200} = \frac{2}{5}$.

2. Mavi top sayısı. $\frac{4}{4+n} = \frac{2}{5} \Rightarrow 4+n = 10$, $n = 6$. Torbada 10 top var: 4 K, 6 M.

3. Kesişim. Birinci K, ikinci M: $\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9} = \frac{24}{90}$.

4. Koşulun olasılığı. İkinci M: birinci K iken $\frac{24}{90}$, birinci M iken $\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9} = \frac{30}{90}$; toplam $\frac{54}{90}$.

5. Koşullu olasılık. $\frac{24/90}{54/90} = \frac{24}{54} = \frac{4}{9}$.

Birinci çekilen topun kırmızı olma olasılığı $\frac{4}{9}$'dur.

Sağlama. İkinci top mavi olduğuna göre o mavi top bir kenara ayrılmış gibi düşünülebilir: birinci top kalan 9 toptan (4 K, 5 M) biridir ve hepsi eş olasılıklıdır. $\frac{4}{9}$.

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Pratik yol. Geri koymadan çekilişte sıralama simetriktir: "ikinci M" bilgisi, birinci top için bir mavi topu uzaydan çıkarır. $\frac{4}{10-1} = \frac{4}{9}$.

Dikkat: C'yi işaretleyen, deneysel olasılığı ($\frac{2}{5}$) koşullu olasılık yerine kullanmıştır; ikinci topun mavi olduğu bilgisi birinci top için olasılığı değiştirir. B'yi işaretleyen koşulun yönünü ters çevirip birinci top kırmızıyken ikincinin mavi olma olasılığını ($\frac{6}{9}$) bulmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: E**

8. Verilenler ve istenen. I. kesede 2 L, 2 N; II. kesede 2 L, 3 N var. I'den II'ye rastgele bir şeker atılıyor, sonra II'den bir şeker çekiliyor. Çekilenin L olduğu bilindiğine göre atılanın L olma olasılığı soruluyor.

Fikir. Atılan şeker II. kesenin bileşimini değiştirir; ağacı iki aşamalı kurup her dalda II'den L çekme olasılığını ayrı yazarız. Sonra koşul ikinci aşamada olduğu için ters yönde: atılan L dalının payını, L çekmenin toplam olasılığına böleriz.

1. Atılan L. Olasılık $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; II'de 3 L, 3 N olur; L çekme $\frac{3}{6}$. Dal: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{12}$.

2. Atılan N. Olasılık $\frac{1}{2}$; II'de 2 L, 4 N olur; L çekme $\frac{2}{6}$. Dal: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{12}$.

3. L çekme olasılığı. $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

4. Ters koşul. $\frac{3/12}{5/12} = \frac{3}{5}$.

Atılan şekerin limonlu olma olasılığı $\frac{3}{5}$'tir.

Sağlama. Atılacak şeker 4 yolla, ardından II'den çekilecek şeker 6 yolla seçilir: $4 \cdot 6 = 24$ eş olası durum. Çekilen L: atılan L iken $2 \cdot 3 = 6$, atılan N iken $2 \cdot 2 = 4$; toplam 10. Bunların 6'sında atılan L'dir: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, atılan şekerin limonlu olma olasılığını çekilişten sonra da $\frac{1}{2}$ saymıştır; II'den limonlu çekilmesi, II'ye limonlu atılmış olmasını daha olası kılar.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: C**

Karma Test — Karma Test 5

5. C 6. E 7. B 8. C

5. Verilenler ve istenen. 6 günün her birine dört garsondan biri yazılır. Ali tam 2 gün, diğer üç garsonun her biri en az 1 gün nöbet tutar. Farklı çizelge sayısı soruluyor.

Fikir. Önce Ali'nin günlerini seçeriz. Kalan 4 gün, diğer üç garsona hiçbiri boş kalmayacak biçimde dağıtılır; bunu tümleyenle (içerme-dışarma) sayarız.

1. Ali'nin günleri. 6 günden 2'si $C(6,2) = 15$ farklı biçimde seçilir. Ali başka gün nöbet tutmaz.

2. Kalan 4 gün, kısıtsız. Her güne üç garsondan biri: $3^4 = 81$ çizelge.

3. Garsonu boş kalanlar. Belirli bir garson hiç nöbet tutmazsa 4 gün kalan iki garsona $2^4 = 16$ biçimde dağılır; garson 3 farklı seçilebilir: $3 \cdot 16 = 48$. Bu sayımda iki garsonun birlikte boş kaldığı (bütün günleri tek garsonun tuttuğu) 3 çizelge ikişer kez çıkarılmıştır; bunları bir kez geri ekleriz.

4. Örten dağılım. $81 - 48 + 3 = 36$.

5. Çarpım. $15 \cdot 36 = 540$.

Nöbet çizelgesi 540 farklı şekilde hazırlanabilir.

Sağlama. Diğer üç garsonun 4 gündeki nöbet sayıları 2, 1, 1 biçiminde olmak zorundadır. 2 gün tutacak garson 3 farklı seçilir; onun günleri $C(4,2) = 6$, kalan 2 gün kalan iki garsona $2! = 2$ biçimde verilir: $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$. $15 \cdot 36 = 540$.

Pratik yol. Sağlamadaki 2, 1, 1 dağılımı doğrudan kullanılır: $C(6,2) \cdot 3 \cdot \frac{4!}{2!} = 15 \cdot 3 \cdot 12 = 540$.

Dikkat: 2 gün nöbet tutacak garsonu ve onun günlerini seçip ($3 \cdot C(4,2) = 18$) kalan 2 günün kalan iki garsona $2! = 2$ biçimde verilebileceğini unutan $15 \cdot 18 = 270$ bulur. E'yi işaretleyen, Ali'nin 2 gününü sıralı seçmiştir ($6 \cdot 5 = 30$); Ali'nin iki nöbeti arasında sıra yoktur, aynı iki gün iki kez sayılır: $30 \cdot 36 = 1\,080$.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: C**

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

6. **Verilenler ve istenen.** Ece yarı finalde K ile oynar. Finaldeki rakibi, L ile M arasındaki yarı final maçının kazananıdır. Ece'nin turnuvayı kazanma olasılığı soruluyor.

Fikir. Ece şampiyon olmak için önce yarı finali, sonra finali kazanmalıdır. Finali kazanma olasılığı rakibe bağlı olduğundan finali rakibe göre iki duruma ayırır, durumların olasılıklarını toplarız.

1. Yarı final. Ece'nin finale çıkma olasılığı $\frac{2}{3}$'tür.

2. Rakip L ise. L finale $\frac{2}{3}$ olasılıkla çıkar; Ece onu $\frac{3}{5}$ olasılıkla yener: $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$.

3. Rakip M ise. M finale $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ olasılıkla çıkar; Ece onu $\frac{1}{5}$ olasılıkla yener: $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$.

4. Finali kazanma. Finale çıktığı bilindiğinde Ece'nin finali kazanma olasılığı $\frac{6}{15}+\frac{1}{15}=\frac{7}{15}$'tir.

5. Turnuva. Maçlar bağımsız olduğundan $\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{15}=\frac{14}{45}$.

Ece'nin turnuvayı kazanma olasılığı $\frac{14}{45}$'tir.

Sağlama. Ece'nin şampiyon olduğu iki yol vardır: K'yi, L'yi yener: $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{12}{45}$; K'yi, M'yi yener: $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}=\frac{2}{45}$. Toplam $\frac{12}{45}+\frac{2}{45}=\frac{14}{45}$.

Dikkat: A'yı işaretleyen, L'nin yarı finali kazanma olasılığı daha büyük diye finaldeki rakibi hep L saymıştır ($\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$); L finale ancak $\frac{2}{3}$ olasılıkla çıkar, kalan durumda rakip M'dir. C'yi işaretleyen, L ile M'nin finale eşit olasılıkla çıktığını sanıp iki final olasılığının ortalamasını almıştır ($\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$); L finale $\frac{2}{3}$, M $\frac{1}{3}$ olasılıkla çıkar.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: E**

7. **Verilenler ve istenen.** Yedi düz caddeden a, b, c paralel; d, e, f tek bir noktada (meydanda) kesişiyor. Haritada görünmeyen kesişimler de dahil olmak üzere bütün kavşakların sayısı soruluyor.

Fikir. Her iki cadde en çok bir noktada kesişir. Önce bütün cadde ikililerini sayıp her birini bir kavşak kabul ederiz; sonra kesişmeyen ikilileri ve aynı noktaya düşen ikilileri düzeltiriz. Haritada görünen kesişimleri saymak yetmez; caddeler harita dışında da uzar.

1. Bütün ikililer. 7 caddeden 2'si $C(7,2)=21$ biçimde seçilir.

2. Paraleller. a, b, c arasındaki $C(3,2)=3$ ikili kesişmez: $21-3=18$.

3. Meydan. d, e, f arasındaki 3 ikili aynı noktada kesişir; bu 3 ikili 3 kavşak sayılmıştır ama tek kavşaktır. Fazladan sayılan 2 kavşağı çıkarırız: $18-2=16$.

Kavşakların sayısı 16'dır.

Sağlama. Kavşakları türüne göre sayalım: Her paralel cadde öteki 4 caddeyi keser: $3\cdot 4=12$. Meydan: 1. g caddesi d, e, f'yi ayrı noktalarda keser: 3. Toplam $12+1+3=16$.

Dikkat: D'yi işaretleyen, meydanda kesişen üç caddenin her ikilisine ayrı kavşak saymıştır ($21-3=18$); üç cadde tek noktada kesiştiğinden bu üç ikili yalnız bir kavşak oluşturur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: B**

8. **Verilenler ve istenen.** $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$ açılımında x'in kuvveti pozitif olan terimlerin katsayılarının toplamı soruluyor.

Fikir. Genel terimde x'in kuvvetini k'ye bağlı yazar, kuvvetin pozitif olduğu k değerlerini buluruz. Katsayılar simetrik olduğundan toplam, bütün katsayıların toplamı ile orta terimden de bulunur.

1. Genel terim. $\binom{8}{k}x^{8-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\binom{8}{k}x^{8-2k}$, $k=0,1,\ldots,8$.

2. Pozitif kuvvet. $8-2k>0$ ise $k<4$: $k=0,1,2,3$.

3. Toplam. $\binom{8}{0}+\binom{8}{1}+\binom{8}{2}+\binom{8}{3}=1+8+28+56=93$.

Katsayıların toplamı 93'tür.

Sağlama. Bütün katsayıların toplamı $x=1$ için $2^8=256$'dır. $k=4$ terimi sabittir, katsayısı $\binom{8}{4}=70$. Kalan katsayılar $\binom{8}{k}=\binom{8}{8-k}$ simetrisiyle pozitif ve negatif kuvvetli terimler arasında eşit bölünür: $\frac{256-70}{2}=93$.

Dikkat: E'yi işaretleyen, $k=4$'teki sabit terimi de eklemiştir ($93+70=163$); sabit terimde x'in kuvveti 0'dır, pozitif değildir. D'yi işaretleyen ise 256'nın yarısını alırken sabit terimi çıkarmayı unutmuştur.

← Soru AYT düzeyi Zorluk ★★★ **Cevap: C**

Örnek sayfalar · PKOB Soru Bankası · ertansinansahin.com

Kitabın tamamında

- **312 soru, 39 test:** sayma, permütasyon, kombinasyon, Pascal üçgeni ve binom, basit ve koşullu olasılık; her bölümde testler kolaydan zora (TYT düzeyinden AYT düzeyine) sıralı, kitabın sonunda 8 karma test.
- **Adım adım çözümler:** her soruda verilenler, fikir, adımlar ve sağlama; yanlış şıkların hangi hatadan geldiği de yazılı.
- **ÖSYM düzeni:** sınav kitapçığındaki yazı boyu, iki sütunlu yerleşim ve soru sunuşu; soruların %53'ü şekilli, grafikli ya da tablolu. Kitabın başında 2018-2026 çıkmış soru dağılımı.
- **Tıklanabilir kitap:** sorudan çözüme ve çözümden soruya tek dokunuşla geçiş; testin sonunda ters çevrilmiş cevap anahtarı.

ertansinansahin.com

Kitabın tamamı ve öteki kaynaklar için karekodu okutun.