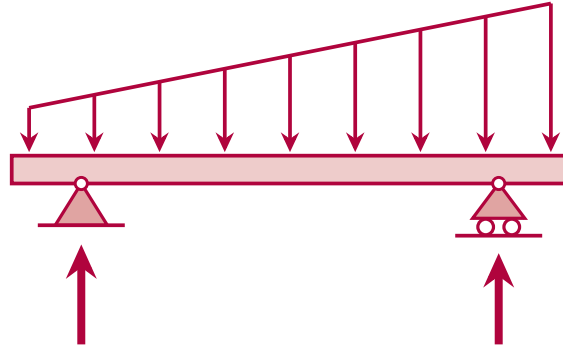


STATİK

ÇALIŞMA KİTABI

11 ünite · 160 soru · adım adım çözümler



Ertan Sinan Şahin



ertansinansahin.com

1. ÜNİTE

KUVVET VEKTÖRLERİ

kosinüs teoremi

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos c$$

sinüs teoremi

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

düzlemde bileşke

$$R_x = \sum F_x, R_y = \sum F_y, \tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

doğrultu kosinüsleri

doğru boyunca kuvvet

nokta çarpımı, izdüşüm

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\vec{F} = F \hat{u}_{AB} = F \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta, F_{\parallel} = \vec{F} \cdot \hat{u}$$

Aksi belirtilmedikçe açılar $+x$ ekseninden başlayarak saat yönünün tersine ölçülür. Uzayda x, y, z eksenleri sağ el sistemi oluşturur ve z eksenini yukarı doğrudur. Kuvvetlerin uygulama noktası tek bir noktadır; bu ünite moment kullanılmaz.

Skaler, vektör ve paralelkenar kuralı

1.1

☆☆☆ Çözüm → s. 106

5 kN ve 9 kN büyüklüğündeki iki kuvvet aynı noktaya etkiyor. Aralarındaki açı istenildiği gibi değiştirilebiliyor. Bileşke kuvvetin büyüklüğü aşağıdakilerden hangisi *olamaz*?

A) 4.0 kN

B) 3.5 kN

C) 9.0 kN

D) 12 kN

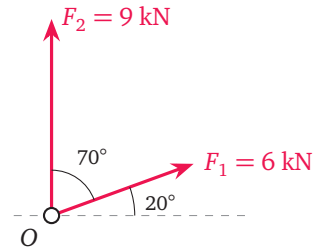
E) 14 kN

1.2

☆☆☆ Çözüm → s. 106

Bir halkaya iki kuvvet etkiyor. $F_1 = 6$ kN'luk kuvvet sağa doğrudur ve yatayın 20° üstündedir, $F_2 = 9$ kN'luk kuvvet ise düşey ve yukarı doğrudur.

- Paralelkenar kuralını kullanarak bileşke kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.
- Bileşkenin yatayla yaptığı açığı bulunuz.

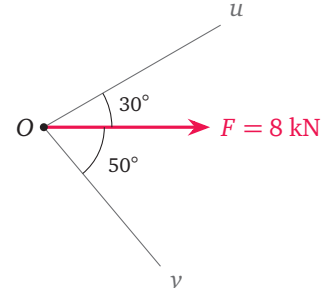


1.3

★★★☆☆ Çözüm → s. 106

8 kN'luk yatay $\vec{F}$ kuvveti sağa doğrudur. u eksenini yatayla 30° yukarı, v eksenini yatayla 50° aşağı doğrudur.

- $\vec{F}$ 'yi u ve v doğrultularındaki bileşenlerine ayırınız (F_u ve F_v).
- $\vec{F}$ 'nin u ve v eksenleri üzerindeki dik izdüşümlerini bulunuz. Bunlar neden (a)'daki bileşenlerle aynı çıkmaz? Hangi durumda aynı olurlardı?

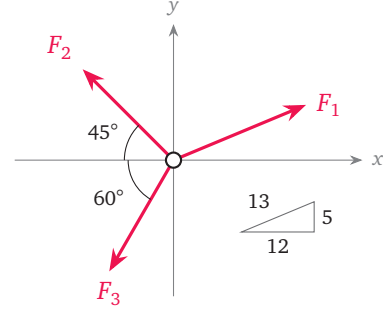


Düzlemde kuvvetlerin toplanması

1.4

☆☆☆ Çözüm → s. 107

Bir halka cıvataya şekildeki üç kuvvet etkiyor: $F_1 = 520$ N (eğimi 5-12-13 üçgeniyle verilmiş), $F_2 = 350$ N ve $F_3 = 300$ N. Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve $+x$ ekseninden saat yönünün tersine ölçülen açısını bulunuz.

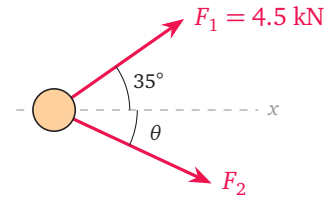


1.5

☆☆☆ Çözüm → s. 107

Bir ağaç kütüğü iki halatla çekilerek sökülecek. $F_1 = 4.5$ kN'luk kuvvet $+x$ ekseninin 35° üstünde, F_2 ise θ kadar altındadır. Bileşkenin $+x$ eksenini boyunca olması isteniyor.

- $\theta = 25^\circ$ ise F_2 'yi ve bileşkenin büyüklüğünü bulunuz.
- F_2 'nin olabildiğince küçük olması için θ ne olmalıdır? Bu durumda F_2 ve bileşke kaç kN olur?



ÇÖZÜMLER

1 KUVVET VEKTÖRLERİ

1.1

← Soru s. 4

İki kuvvet arasındaki açı φ olsun. Paralelkenar kuralından

$$R^2 = 5^2 + 9^2 + 2(5)(9) \cos \varphi = 106 + 90 \cos \varphi.$$

$\cos \varphi$, -1 ile 1 arasında değişir. Bu yüzden R en küçük $9 - 5 = 4$ kN (kuvvetler zıt yönlü), en büyük $9 + 5 = 14$ kN (aynı yönlü) olabilir.

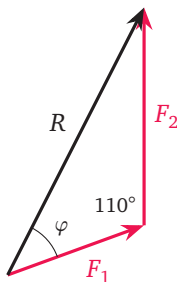
- (A) 4 kN: $\varphi = 180^\circ$.
- (B) 3.5 kN: $\cos \varphi = -1.04$ çıkar; böyle bir açı yoktur.
- (C) 9 kN: $\cos \varphi = -0.278$, $\varphi = 106.1^\circ$.
- (D) 12 kN: $\cos \varphi = 0.422$, $\varphi = 65.0^\circ$.
- (E) 14 kN: $\varphi = 0$.

CEVAP B

1.2

← Soru s. 4

a. Kuvvetleri uç uca ekleyelim: önce $\vec{F}_1$, sonra ucundan $\vec{F}_2$. Kuvvetler arasındaki açı 70° olduğundan üçgende R 'nin karşısındaki açı $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 'dir.



Kosinüs teoremi:

$$R^2 = 6^2 + 9^2 - 2(6)(9) \cos 110^\circ = 153.9,$$

$$R = 12.4 \text{ kN}.$$

b. Sinüs teoremiyle R ile F_1 arasındaki açı φ :

$$\sin \varphi = \frac{9 \sin 110^\circ}{12.41} = 0.682 \implies \varphi = 43.0^\circ.$$

Bileşkenin yatayla yaptığı açı $20^\circ + 43.0^\circ = 63.0^\circ$ 'dir.

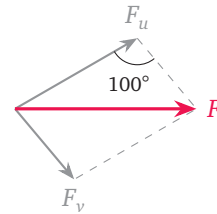
Kontrol (bileşenlerle): $R_x = 6 \cos 20^\circ = 5.64$,
 $R_y = 6 \sin 20^\circ + 9 = 11.05$; $R = 12.4$ kN,
 $\arctan(11.05/5.64) = 63.0^\circ \checkmark$.

CEVAP a. $R = 12.4$ kN b. 63.0°

1.3

← Soru s. 5

a. Paralelkenar kuralı: $\vec{F} = \vec{F}_u + \vec{F}_v$. $\vec{F}$ 'nin ucundan u ve v 'ye paralel çizgiler çizilir; bileşenler bu çizgilerin eksenleri kestiği noktalara kadardır.



Üçgende F_u 'nun karşısındaki açı 50° , F_v 'nin karşısındaki 30° , F 'nin karşısındaki $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ 'dir. Sinüs teoremi:

$$F_u = \frac{8 \sin 50^\circ}{\sin 100^\circ} = 6.22 \text{ kN},$$

$$F_v = \frac{8 \sin 30^\circ}{\sin 100^\circ} = 4.06 \text{ kN}.$$

Kontrol (yatay ve düşey): $6.22 \cos 30^\circ + 4.06 \cos 50^\circ = 8.00$, $6.22 \sin 30^\circ - 4.06 \sin 50^\circ = 0 \checkmark$.

b. Dik izdüşüm, $\vec{F}$ 'nin ucundan eksene dik inilerek bulunur:

$$(F_u)_{izd} = 8 \cos 30^\circ = 6.93 \text{ kN},$$

$$(F_v)_{izd} = 8 \cos 50^\circ = 5.14 \text{ kN}.$$

Bileşenler paralelkenarın kenarlarıdır ve toplamaları $\vec{F}$ 'yi verir; izdüşümler ise toplanınca $\vec{F}$ 'yi vermez. İkisi yalnız u ve v birbirine dik olduğunda aynıdır. Burada eksenler arasındaki açı 80° olduğu için farklı çıkarlar.

CEVAP a. $F_u = 6.22$ kN, $F_v = 4.06$ kN b. 6.93 kN, 5.14 kN; yalnız $u \perp v$ ise eşit

1.4

← Soru s. 6

Her kuvveti bileşenlerine ayırıp toplayalım. F_1 için eğim üçgeninden $\cos = \frac{12}{13}$, $\sin = \frac{5}{13}$.

$$\begin{aligned} R_x &= 520\left(\frac{12}{13}\right) - 350 \cos 45^\circ - 300 \cos 60^\circ \\ &= 480 - 247.5 - 150 = 82.5 \text{ N}, \\ R_y &= 520\left(\frac{5}{13}\right) + 350 \sin 45^\circ - 300 \sin 60^\circ \\ &= 200 + 247.5 - 259.8 = 187.7 \text{ N}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{82.5^2 + 187.7^2} = 205 \text{ N}, \\ \theta &= \arctan \frac{187.7}{82.5} = 66.3^\circ. \end{aligned}$$

R_x ve R_y ikisi de pozitif olduğundan bileşke birinci bölgededir.

CEVAP $R = 205 \text{ N}$, $\theta = 66.3^\circ$

1.5

← Soru s. 6

a. Bileşke x eksenini boyunca olduğu için $R_y = 0$:

$$\begin{aligned} \sum F_y : 4.5 \sin 35^\circ - F_2 \sin 25^\circ &= 0 \\ \Rightarrow F_2 &= \frac{2.581}{0.4226} = 6.11 \text{ kN}, \\ R &= R_x = 4.5 \cos 35^\circ + 6.11 \cos 25^\circ = 9.22 \text{ kN}. \end{aligned}$$

b. (a)'daki denklem genel θ için şunu verir:

$$F_2 = \frac{4.5 \sin 35^\circ}{\sin \theta}.$$

Pay sabittir; F_2 , $\sin \theta = 1$ yani $\theta = 90^\circ$ iken en küçüktür.

$$\begin{aligned} F_{2,\min} &= 4.5 \sin 35^\circ = 2.58 \text{ kN}, \\ R &= 4.5 \cos 35^\circ = 3.69 \text{ kN}. \end{aligned}$$

F_2 'nin görevi yalnız F_1 'in düşey bileşenini yok etmektir. F_2 düşeyken bütün büyüklüğü bu işe gider; eğik olsaydı bir kısmı yatay bileşene harcanırdı. Bunun bedeli, bileşkenin küçülmesidir: kütüğü çeken yalnız F_1 'in yatay bileşeni kalır.

CEVAP a. $F_2 = 6.11 \text{ kN}$, $R = 9.22 \text{ kN}$ b. $\theta = 90^\circ$, $F_2 = 2.58 \text{ kN}$, $R = 3.69 \text{ kN}$

1.6

← Soru s. 7

Önce sabit iki kuvveti toplayalım:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= (500 + 400 \cos 120^\circ, 400 \sin 120^\circ) \\ &= (300, 346.4) \text{ N}. \end{aligned}$$

Bunun büyüklüğü 458.3 N, $+x$ ile açısı 49.1° 'dir. Bileşke:

$$R_x = 300 + 500 \cos \theta, \quad R_y = 346.4 + 500 \sin \theta.$$

a. Düşey bileşke için $R_x = 0$: $\cos \theta = -0.6$. Bunu sağlayan iki açı vardır:

- $\theta = 126.9^\circ$ ($\sin \theta = 0.8$): $R_y = 346.4 + 400 = 746 \text{ N}$, yukarı.
- $\theta = 233.1^\circ$ ($\sin \theta = -0.8$): $R_y = 346.4 - 400 = -53.6 \text{ N}$, yani 53.6 N aşağı.

b. $\vec{R} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3$. İki vektörün toplamı, aynı yönlü olduklarında en büyüktür: $\vec{F}_3$, $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ ile aynı yönde olmalıdır.

$$\theta = 49.1^\circ, \quad R_{\max} = 458.3 + 500 = 958 \text{ N}.$$

c. En küçük bileşke, $\vec{F}_3$ ters yöndeyken ($\theta = 229.1^\circ$) oluşur: $R_{\min} = 500 - 458.3 = 41.7 \text{ N}$. Bileşke hiçbir zaman sıfır olamaz, çünkü $F_3 \neq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$.

CEVAP a. $\theta = 126.9^\circ$ ($R = 746 \text{ N} \uparrow$) ya da $\theta = 233.1^\circ$ ($R = 53.6 \text{ N} \downarrow$) b. $\theta = 49.1^\circ$, $R_{\max} = 958 \text{ N}$ c. $41.7 \text{ N} \leq R \leq 958 \text{ N}$

1.7

← Soru s. 8

Doğrultu kosinüsleri birim vektörün bileşenleridir; kareleri toplamı 1'dir:

$$\cos^2 \gamma = 1 - \cos^2 60^\circ - \cos^2 135^\circ = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Buradan $\cos \gamma = \pm \frac{1}{2}$, yani $\gamma = 60^\circ$ ya da $\gamma = 120^\circ$. Şıklarda yalnız 120° var.

- (A) ve (E): $\cos^2 \gamma = \frac{3}{4}$; kareler toplamı 1.5 olur.
- (B): $\cos^2 \gamma = \frac{1}{2}$; toplam 1.25 olur.
- (C): $\cos^2 \gamma = 0$; toplam 0.75 olur.

CEVAP D